

1 単元名 中学校 第3学年「関数 $y = ax^2$ 」

2 目指す生徒の姿

- 学校教育目標「心豊かでたくましく人生を切り拓く生徒の育成」を目指し、基礎・基本の内容だけでなく、発展・応用課題にも粘り強く取り組むことができる。
- 表、式、グラフを相互に関連付けて理解し、関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象をとらえ、説明することができる。

3 指導によせて

○教材観

第1学年では「比例と反比例」、第2学年では「1次関数」において、表、式、グラフを考察の対象にしながら関数の学習を進めてきた。また、「関数」領域以外の「数と式」、「図形」領域の単元においても関数的な見方や考え方を培ってきている。

「関数 $y = ax^2$ 」では、これまでに学習してきたことを踏まえて、関数とは何かについて対応に着目しながら考察することで、比例でも一次関数でもない2次の世界へと導いていく。ここでは、最も基本的な関数 $y = ax^2$ を取り上げて考察する。関数 $y = ax^2$ の考察では、式やグラフの形、値の変化の様子などを通してその特徴を理解し、 a の値の大きさや符号によるグラフの関係に着目させたい。また、「いろいろな関数」のなかで、身のまわりにはこれまでに学んできた1次関数や関数 $y = ax^2$ などとは異なる関数があることを知り、その変化や対応の様子を表やグラフを用いて調べていきたい。さらに、「関数 $y = ax^2$ の利用」では、身のまわりにある関数、特に、関数 $y = ax^2$ で表される事象に関心を持ち、表やグラフを通してその関数の特徴をさらに理解し、関数を利用して問題解決する力をつけさせたい。

○生徒観

関数の単元になると、「難しい」「何の役に立つのか分からない」などの理由から、生徒の多くは学習意欲が低下する傾向にある。特に、発展的な課題になると、式や表、グラフをどのように活用して答えを導けばよいのか見当がつかず、手の止まる生徒が多い。一方で、一つひとつの事象を丁寧に読み取り、順序立てて考えていくと解決の糸口が見え、試行錯誤しながらも自分で解答を導こうとする生徒もいる。また、苦手意識の強い生徒であっても、具体的な大きさや長さがわかっていると答えられることがある。できるだけ具体的な場面を想定して操作したり、確かめたりしながら、式や表、グラフと関連付けてとらえられると、自分の考えにも自信をもつように思われる。

○指導観

関数指導のねらいは、事象の中からともなって変わる2つの数量の関係を見だし、その関係を一般化し、それを事象の考察や処理に活用して問題解決を図ることにある。そのために、2つの数量の関係を、表や式、グラフで表し、総合的に考察する力を養いたい。

身のまわりの事象には、関数 $y = ax^2$ の関係にある2つの数量や、それらの関係にあると見なすことができる2つの数量がいろいろと存在する。本節では、身のまわりにおこる事象の中で、関数

$y = ax^2$ で表される事象に着目したり、図形を移動させる時に現れる事象に着目したりする学習を通して、基礎・基本の定着が十分でない生徒にも復習の機会となるようにしたい。特に、視覚的に把握しやすい提示をし、内容をよりよく理解させたい。

4 単元目標

具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見だし表現し、考察する能力を伸ばす。

ア 事象の中には、関数 $y = ax^2$ としてとらえられるものがあることを知る。

イ 関数 $y = ax^2$ について、表、式、グラフを相互に関連付けて理解することができる。

ウ 関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象をとらえ、説明することができる。

エ いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解することができる。

5 評価規準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
さまざまな事象を関数 $y = ax^2$ などととらえたり、表、式、グラフなどで表したりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。	関数 $y = ax^2$ などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身につけている。	関数 $y = ax^2$ の関係などを、表、式、グラフを用いて的確に表したり、数学的に処理したりするなど、技能を身につけている。	事象の中には関数 $y = ax^2$ などとしてとらえられるものがあることや関数 $y = ax^2$ の表、式、グラフの関連などを理解し、知識を身につけている。

6 指導と評価の計画 (全 13 時間)

時間	ねらい・学習活動	評価規準 (評価方法) ※項目内容は欄外参照			
		数学への 関心・意欲・態度	数学的な 見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
1	具体的な事象の中から2つの数量を見だし、いろいろな関数の関係について、調べることができる。	◎いろいろな事象と関数に関心をもち、比例でも1次関数でもない関数があることを見いだそうとしている。(ア)			○比例でも反比例でもない関数があることを理解している。(ウ)
2	事象の中から、 x と y の関係が比例でも、1次関数でもない関数 $y = ax^2$ で表されるものを見いだす。			○ $y = ax^2$ で表される関数関係を、表や式で表すことができる。(ウ・エ)	○ 関数 $y = ax^2$ の意味を知る。(エ)
3	関数 $y = x^2$ のグラフをかき、その特徴を理解する。	○関数のグラフに関心をもち、その特徴を調べようとしている。(ア・ウ)		○関数 $y = x^2$ のグラフをかきことができる。(ウ・エ)	

時間	ねらい・学習活動	評価規準（評価方法） ※項目内容は欄外参照			
		数学への 関心・意欲・態度	数学的な 見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などに ついての知識・理解
4	関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴を、 $a > 0$ のときの a の値に着目して調べる。			○関数 $y = ax^2$ のグラフをかくことができる。 (ウ・エ)	◎ $y = ax^2$ の $a > 0$ のときの a の値とグラフの関係を理解している。 (エ)
5	関数 $y = ax^2$ のグラフは、 a の符号によってどのような違いがあるかを調べ、関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴をまとめる。				◎ $y = ax^2$ のグラフの特徴を理解している。 (エ)
6	$y = ax^2$ の値の変化のようすを、グラフの観察を通して調べる。また、1次関数 $y = ax + b$ の場合と比較してまとめる。	○関数 $y = ax^2$ の値の変化に関心を持ち、グラフを用いて考えようとしている。 (イ・ウ)	○関数 $y = ax^2$ の値の変化のようすを、1次関数と比較して考察することができる。 (ウ)		◎関数 $y = ax^2$ の値の変化や対応の特徴を理解している。 (エ)
7	関数 $y = ax^2$ では、変化の割合は一定でないこと、および変化の割合は、グラフ上の2点を通る直線の傾きを表すことを理解する。			○変化の割合を求めることができる。 (ウ・エ)	◎関数 $y = ax^2$ では、その値の変化の割合は一定でないことを理解している。また、 $y = ax^2$ における変化の割合は、グラフ上の2点を通る直線の傾きを表すことを理解している。 (ウ)
8	関数 $y = ax^2$ で、ある区間の変化の割合はその区間の平均の速さを表していることを理解する。		○表、式、グラフを用いて調べ、関数 $y = ax^2$ の値の変化の割合の意味を見いだすことができる。 (ウ・エ)		○具体的な場面での関数 $y = ax^2$ の値の変化の割合の意味を理解している。 (ウ)
9	x と y の関係が関数 $y = ax^2$ であることがわかっていて、その関係を表す式を求める方法を知る。また、関数 $y = ax^2$ のグラフを観察して、対応や変域について調べる。		○ x と y の対応を調べることによって、1次関数と関数 $y = ax^2$ の違いを考察することができる。 (ウ・エ)		◎ x と y の関係が $y = ax^2$ であることがわかっていたり、 $y = ax^2$ のグラフが示されたりするとき、 x と y の関係を表す式を求める手順を理解している。また、1次関数と $y = ax^2$ の対応の仕方の違いを理解している。 (エ)

時間	ねらい・学習活動	評価規準（評価方法） ※項目内容は欄外参照			
		数学への 関心・意欲・態度	数学的な 見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについて の知識・理解
10	これまで学んできた比例、反比例、1次関数、関数 $y = ax^2$ 以外にもいろいろな関数があることを知り、これらの変化や対応の特徴を調べ、問題を解決することができる。		◎いろいろな関数の関係を、これまで学んできた関数と比較し、その特徴を考えることができる。 (ウ・エ)	◎いろいろな関数の表をつくったり、グラフをかいたりすることができる。 (ウ・エ)	◎比例、反比例、1次関数、関数 $y = ax^2$ 以外にも、いろいろな関数があることを理解している。 (ウ)
11	身のまわりに起こる事象から関数 $y = ax^2$ を見いだして解決することができる。	○身のまわりの事象を関数 $y = ax^2$ などを用いてとらえ説明することに関心をもち、問題の解決に生かそうとしている。 (イ・ウ)	◎事象の中から関数関係を見いだして、問題を考察することができる。 (ウ・エ)	○事象のようすから2つの数量の関係を表、式、グラフに表すことができる。 (ウ・エ)	
12	図形を移動させるときに現れる関数を見いだして、問題を解決することができる。		◎表、式、グラフで表すことによって、変化や対応のようすを調べ、問題を考察することができる。 (ウ・エ)	○事象のようすから2つの数量の関係を表、式、グラフに表すことができる。 (ウ・エ)	
13 本時	図形を移動させるときに現れる関数を見だし、その特徴を予測したり、説明したりすることができる。	○図形を移動させるときに現れる関数を見だし、その特徴を明らかにしようとしている。 (イ・ウ)	◎図形の面積の変化の様子と、グラフの特徴を対比させ、グラフから図形を予測したり、説明したりすることができる。 (ウ・エ)		

(評価方法)

ア：学習活動の様子の観察

イ：問題解決の状況の観察

ウ：話し合ったり発表したりする様子の観察

エ：ノート、ワークシートによる個人解決や練習問題の解決状況の分析

オ：ノート、ワークシートによる振り返りの記述の分析

カ：ペーパーテストの記述の分析

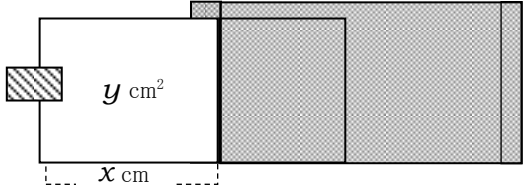



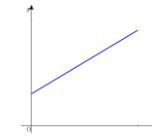
7 指導の例

(1) 本時の目標

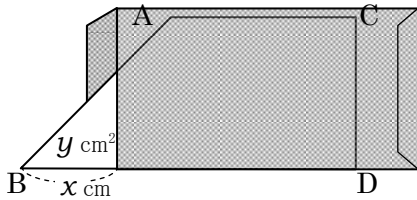
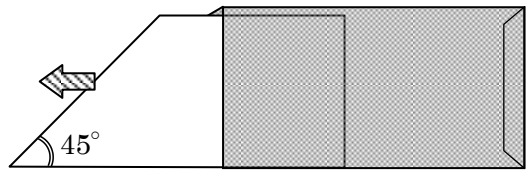
- 厚紙を移動させるときに現れる関数関係を見だし、その特徴を説明することができる。
- 面積の変化の様子を表したグラフを数学的に解釈し、もとなる厚紙の形を予測することができる。

(2) 指導過程

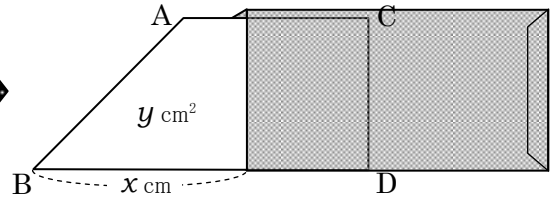
※ 内は評価の観点を示す。

過程	学習内容 (学習活動)	教師の指導・支援	評価規準 (評価方法)
導入	<p>課題の把握</p> <p>【例1】右の図のように、封筒の中から長方形のカードを引き出した。封筒の端からカードを x cm 引き出したとき、封筒から出ているカードの面積を y cm² とする。</p>		
	<p>① x と y の関係を考えるのに、どのような方法を利用したか考えよう。 《生徒の回答例》 ・表 ・式 ・グラフ</p> <p>② x と y の関係を表すグラフがどのような形になるかを考えよう。 《生徒の回答例》 ・横の長さ (x cm) が増加すると、面積 (y cm²) も増加するから比例の関係である。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・長方形の手紙や封筒の具体的な長さがわからないため、表や式では考えにくいですが、グラフならば変化をとらえられることに着目させる。 ・カードを引き出したときの様子を見せながら、x と y の値の増減について確認する。 ・縦の長さは一定で、横のみ変化することから「y は x に比例する」ことを見いださせる。 ・以下の4種類のグラフの中から、比例の関係を示すグラフを確認する。 	
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>① $y = ax^2$</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>② 比例</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>③ 反比例</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>④ 1次関数</p>  </div> </div>		

【例2】下の図のように、封筒の端から台形のカードを x cm 引き出したとき、封筒から出ているカードの面積を y cm² とする。 x と y の変化の様子をグラフを使って説明しよう。



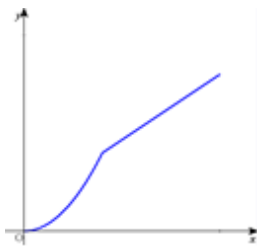
【図1】



【図2】

③台形のカードを引き出したときのグラフを予想し、そのように考えられる理由を書こう。

○各自で、ワークシートにかき込む。



《生徒の回答例》

- ・台形は直角三角形と長方形に分けて考えられるので、グラフは変化する。
 - ・直角三角形は、45°の角があるから直角二等辺三角形である。
 - ・引き出した図形が底辺 x cm の直角二等辺三角形だから、高さも x cm になるので面積 y cm² を式で表すことができる。
- $$\text{面積 } y = x \times x \div 2 = \frac{1}{2} x^2$$
- ・ y が x の2乗に比例するから、グラフは放物線である。
 - ・台形の面積は、一定の割合で増えている。
 - ・台形の面積は、一定で増加する長方形の面積と、変わらない直角二等辺三角形の面積との和になる。

○個別に「自分の考え」をまとめた後、全体で意見交流する中で「みんなの考え」としてさらに各自でまとめる。

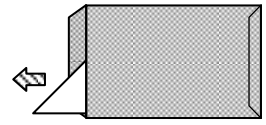
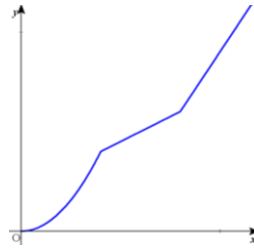
- ・ワークシート1を配布する。
- ・カードを引き出したときの様子を見せながら、 x と y の値の増減について確認する。
- ・面積の増加する割合も変化する部分があることに気付かせる。
- ・グラフの様子が変わる点は、台形のどこが封筒の端と重なったときであるか確認する。
- ・厚紙の台形は、直角二等辺三角形と長方形に分けられることを確認する。
- ・引き出した図形が直角二等辺三角形か台形のどちらであるかで、面積の増加量は一定であるかないかが判断できる。このことをプレゼンテーションソフトを使用したり、画用紙を使ったりして視覚的にとらえさせる。
- ・生徒の発表に対して問い直したり、補足したりして、的確な説明につなげていく。
- ・生徒は、直角二等辺三角形の面積の式は求められても、台形の面積を表す1次関数の式は求められないことに気付きにくい。
→式を求めようとするよりも、一定で増加する長方形の面積と変わらない直角二等辺三角形の面積の和であることから1次関数であることを押さえたい。

考 図形の面積の変化の様子と、グラフの特徴を対比させ、グラフから図形を予測したり、説明したりすることができる。(話し合ったり発表したりする様子の観察、ノート、ワークシートによる個人解決や練習問題の解決状況の分析)

【問題】封筒の中から、ある形のカードを引き出した。

右のグラフは、カードを x cm 引き出したとき、封筒から出ているカードの面積を y cm² として表している。

x と y の関係が、このグラフのように表されるカードの形をかいてみよう。



④グラフの特徴から、引き出したカードの形を考えよう。

○各自で、ワークシートに自由に形をかく。

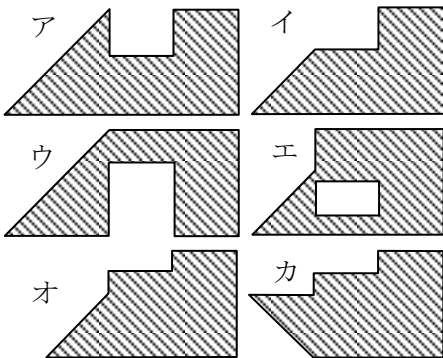
(⑤必要に応じて、以下の点を考えよう。)

- ・始めはどんな形が出てくるか。
- ・グラフが直線になる部分は、どんな形が出てくるか。
- ・途中から直線のグラフの傾きが違うので、形はどう違ってくるか。

○グループで、各自予想した図形を交流し、さらに他の形を考える。

○全体で、予想した図形を交流する。

《正答例》



- ・ワークシート2を配布する。
- ・グラフから3通りの面積変化があることを読み取らせる。状況に応じて、面積の増加量と傾き(グラフの形)の関係を振り返る。→放物線と直線の違いに着目させることは大切だが、その傾きの大きさを厳密にとらえ過ぎないようにする。
- ・自由に図をかくように促す。

・机間指導しながら、生徒がかいた図の理由を確認していく。

・ラミネートシートに図をかかせて、そのような図形が想定できる根拠を交流させる。

関 図形を移動させるときに現れる関数を見だし、その特徴を明らかにしようとしている。(問題解決の状況の観察、話し合ったり発表したりする様子の観察)

考 図形の面積の変化の様子と、グラフの特徴を対比させ、グラフから図形を予測したり、説明したりすることができる。(話し合ったり発表したりする様子の観察、ノート、ワークシートによる個人解決や練習問題の解決状況の分析)

終末

学習のまとめ

- ・本時の学習を振り返り、「何がわかったか」「何ができるようになったか」をワークシートに記入する。

- ・表や式を使わなくても、グラフの特徴を読み取ることで、面積の変化の様子を数学的に解釈することができることを確認する。