

1 単元名 中学校 第2学年「三角形と四角形」

2 目指す生徒の姿

- 図形の証明について、観察、操作、実験と数学的な推論の意義と方法を理解し、推論の過程を的確に表現する力を付ける。
- 問題解決学習により、意欲を高め、成功体験を遂げることで自信をもつ。

3 指導によせて

○教材観

小学校の図形の学習では、実験や実測をしながら図形の性質を発見してきた。また、1年の「平面図形」の単元では、基本的な図形、図形の移動、図形の作図を学習してきた。2年では、これまでの実験や操作を手段とする直観的な考察の仕方を踏まえながら、次第に命題を用いる論理的な考察の方法へと進む。実験・実測などの研究方法では「いつでもこういう性質である」と言い切れないことから、演繹的な推論の方法を位置付け、その有効性や数学的思考法としての論証の役割とその意義を感得し、証明の意義やその目的についても理解させたい。

○生徒観

多くの生徒は、証明となると、その意義が理解できず、「難しそう」、「面倒くさい」等の理由から、極端に学習意欲が低下する傾向にある。教師主導で一問一答形式であれば方針や根拠等を答えられる生徒も、いざ、自分で証明を記述するとなると、その形式が平常の文とは異質なものであるからか、記述そのものにかなり抵抗を感じるようである。具体的には、仮定に結論を用いてしまったり、角や辺の相等関係を記号で正しく表せなかったりなど、混乱し、そのまま苦手意識をもち続けてしまうようである。

○指導観

教師が一方的に教え込むのではなく、問題に対して生徒が主体的に取り組むことを大事にしながら学習指導を展開していきたい。そのために、問題を提示することから授業を始め、その問題の解決過程の中で、既習の知識や技能を積極的に活用させることで、それらをより定着させるとともに、しっかりと数学的な見方や考え方などを身に付けられるよう指導したい。具体的には、証明する際、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質や関係を見いだしたりするなどして、生徒に証明の方針をしっかりと立てさせる。また、方針に示された事柄を、既習の数学の記号で表したり、これらが成り立つ根拠を明らかにしたりしながら、相手に分かりやすく、筋道を立てて説明し伝え合う活動を充実させたい。そして、それらを通して、生徒達が相互に質問し、付け足し、他の視点を提示するなどして、生徒達の間で考えが発展的に練り上げられていくように指導したい。

4 単元目標

図形の合同について理解し図形についての見方を深めるとともに、図形の性質を三角形の合同条件などをもとにして確かめ、論理的に考察し表現する能力を養う。

- ア 証明の必要性と意味及びその方法について理解すること。
- イ 三角形の合同条件などをもとにして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。

5 評価規準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
様々な事象を、平行線の性質、三角形の角についての性質、三角形の合同条件などとらえたり、平面図形の基本的な性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題の解決に活用したりしようとしている。	平行線の性質、三角形の角についての性質、三角形の合同条件などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象を数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	平行線の性質、三角形の角についての性質、三角形の合同条件などを、数学の用語や記号を用いて簡潔に表現するなど、技能を身に付けている。	平行線の性質、三角形の角についての性質、三角形の合同条件、図形の証明の必要性和意味及びその方法などを理解し、知識を身に付けている。

6 指導と評価の計画（全15時間）

時間	ねらい・学習活動	評価規準（評価方法） ※項目内容は欄外参照			
		数学への 関心・意欲・態度	数学的な 見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
1	定義の意味とその役割を知り、これまでに学んだ図形を定義をもとにして表現することができる。	◎いろいろな三角形の定義に関心を持ち、定義をもとにして図形をかこうとしている。(ア)			○二等辺三角形や正三角形の定義、頂角、底辺、底角の定義を理解している。(イ、カ)
2	二等辺三角形の定義をもとにして、二等辺三角形の性質を調べる。		◎二等辺三角形の性質を、その定義をもとにして演繹的に考察して証明することができる。(イ、ウ)	○二等辺三角形の性質の証明を記号を使って表すことができる。(イ、エ)	
3	三角形が二等辺三角形であるための条件を調べ、それを証明する。また、命題の逆の意味を知り、その真偽を調べる。		◎命題の逆を調べて、逆が成り立つかどうかを考察することができる。(ア、ウ)		○命題の逆の意味を理解し、命題の逆が成り立つとは限らないことを理解している。(ウ、エ)
4 本時	証明に用いる事柄について立てた方針を参照にしながら証明に用いるものを整理し、その事柄の根拠を明らかにして証明を書く。		○図形の性質を考察したり、図形の性質を読み、新たな性質を見いだしたりすることができる。(イ、ウ)	◎方針を立て、それにもとづいた証明を書くことができる。(イ、エ)	
5	直角三角形の合同条件を見だし、それを証明する。	○直角三角形の合同条件に関心を持ち、それらについて調べようとしている。(ア、ウ)		◎直角三角形の合同条件を使って、合同な直角三角形を見いだすことができる。(イ、エ)	

時間	ねらい・学習活動	評価規準（評価方法） ※項目内容は欄外参照			
		数学への 関心・意欲・態度	数学的な 見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
6	直角三角形の合同条件を使って、図形の性質を証明する。	○図形の性質を証明することに関心をもち、直角三角形の合同条件を進んで使おうとしている。 (ア、ウ)	◎直角三角形の合同条件を利用して、図形の性質を考察したり、図形の性質を読み、新たな性質を見いだしたりすることができる。 (イ、エ)		
7	平行四辺形の定義を知り、それをもとに平行四辺形の性質を証明する。			◎平行四辺形の性質の証明を記号を使って表すことができる。(ア、エ)	○平行四辺形の定義と平行四辺形の性質を理解している。 (ア、オ)
8	平行四辺形の性質を証明する。また、平行四辺形が点対称な図形であることを理解する。	○平行四辺形の性質に一層関心をもち、それを証明しようとしている。 (ア、オ)	◎平行四辺形の性質を、演繹的に考察して証明することができる。 (イ、エ)		
9	四角形が平行四辺形であるための条件を、平行四辺形の性質の定理の逆に着目して調べ、これらを証明する。		◎平行四辺形の性質の定理の逆を調べて、平行四辺形であるための条件を演繹的に考察して証明することができる。 (ア、エ)		○平行四辺形の性質の定理の逆が、平行四辺形であるための条件になることを理解している。 (オ、カ)
10	平行四辺形の性質の定理の逆以外にも平行四辺形であるための条件を見だし、それを証明するとともに、平行四辺形であるための条件を使えるようにする。		◎平行四辺形であるための条件をさらに調べて、演繹的に考察して証明することができる。 (イ、エ)	○平行四辺形であるための条件を使って、平行四辺形かどうかを判断することができる。 (ウ、エ)	
11	平行四辺形であるための条件を使って、図形の性質を証明する。	○図形の性質を証明することに関心をもち、平行四辺形であるための条件を使おうとしている。 (ア、ウ)	◎平行四辺形であるための条件を使って、図形の性質を考察することができる。 (イ、ウ)		
12	ひし形、長方形、正方形の定義を知り、それらの図形が平行四辺形の特別なものであることを理解する。			○平行四辺形の性質と条件を使って、いろいろな四角形の性質の証明を記号を使って表すことができる。 (ア、ウ)	○ひし形、長方形、正方形の定義を理解し、ひし形、長方形、正方形は平行四辺形の特別なものであることを理解している。 (オ、カ)

時間	ねらい・学習活動	評価規準（評価方法） ※項目内容は欄外参照			
		数学への 関心・意欲・態度	数学的な 見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
13	いろいろな四角形の性質を対角線に着目して調べ、四角形の相互関係を理解する。		◎対角線に着目して、いろいろな四角形の性質を考察することができる。 (イ、ウ)		○平行四辺形とひし形、長方形、正方形との関係を理解している。(イ、カ)
14	平行線間の距離に着目させて、等しい面積をもつ三角形や四角形について調べる。また、平行線を利用して、面積を変えないで図形を変形することができる。	○図形の面積に関心を持ち、面積を変えないで図形を変形する方法を考えようとしている。 (ア、ウ)		◎平行線間の距離に着目して、2つの図形の面積の比を求めたり、面積を変えないで図形を異なる形にかいたりすることができる。 (イ、エ)	
15	三角形や四角形の性質を利用して、身近なことがらを調べることができる。	○三角形や四角形の性質を利用して、身近なことがらを調べることに関心を持ち、問題の解決に生かそうとしている。(ア、ウ)	◎身近なことがらを、三角形や四角形の性質を利用して考えることができる。 (イ、ウ)		

(評価方法)

ア：学習活動の様子の観察

イ：問題解決の状況の観察

ウ：話し合ったり発表したりする様子の観察

エ：ノート、ワークシートによる個人解決や練習問題の解決状況の分析

オ：ノート、ワークシートによる振り返りの記述の分析

カ：ペーパーテストの記述の分析

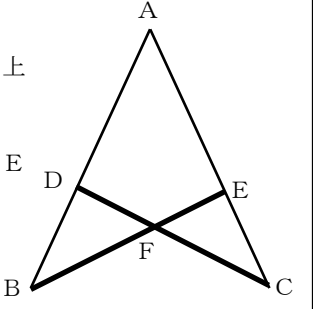
7 指導の例

(1) 本時の目標

- 合同な三角形を見いだして問題解決に利用することができる。
- 方針を立て、それにもとづいた証明を書くことができる。
- 証明を振り返り、新たな図形の性質を見いだすことができる。

(2) 指導過程

※ 内は評価の観点を示す。

過程	学習内容（学習活動）	教師の指導・支援	評価規準（評価方法）
導入	<p>課題の把握</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>$AB=AC$、線分AB上に点D、線分AC上に点Eを$AD=AE$となるようにとります。</p> <p>点Bと点E、点Cと点Dを結ぶと、線分BEと線分CDの長さは等しくなるだろうか。</p>  </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・問題文にもとづいて図をかかせ、仮定と結論を図で確認させる。 	
展開	<p>1 太郎さんの考えた【証明の方針A】について考える。</p> <p>【証明の方針A】</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>① $BE=CD$を証明するためには、$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$を示せばよい。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・最初は、方針Aの①のみを提示する。 ・三角形の片方をずらし、対応が分かりやすいようにする。 	
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>② 仮定より、$AB=AC$、$AD=AE$がいえる。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・仮定を図にかき込ませる。 	
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>③ 仮定と$\angle BAE = \angle CAD$を使うと$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$が示せそうだ。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・等しい関係が成り立つ理由が的確に答えられるか確認する。 ・方針にもとづいて教師が証明を板書していく。 	<p> 技 方針を立て発表することができる。</p>

2 太郎さんの考えた証明を完成する。

・証明では、その根拠を明示することを確認する。

$\triangle ABE$ と $\triangle ACD$ において

仮定より $AB=AC$ … ①

$AE=AD$ … ②

共通な角だから $\angle BAE=\angle CAD$ … ③

①～③より、2組の辺とそのはさむ角がそれぞれ等しいので

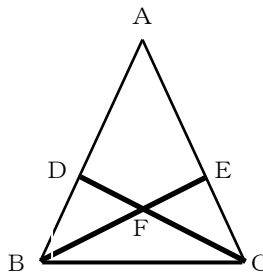
$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$

対応する辺は等しいから $BE=CD$

課題の追求

花子さんは点Bと点Cを結び、太郎さんとは違う三角形で証明を考えました。

【証明の方針B】を完成させて、証明を書きましょう。



【証明の方針B】

① $BE=CD$ を証明するためには、 $\triangle BEC \equiv \triangle CDB$ を示せばよい。

② $\triangle ABC$ が $AB=AC$ の二等辺三角形であることから $\angle ECB=\angle DBC$ がいえる。

③ $\angle ECB=\angle DBC$ 、 $BC=CB$ 、 $EC=DB$ を使うと $\triangle BEC \equiv \triangle CDB$ が示せそう。

3 方針を立て交流する。

- ・違う方針を立てても証明ができることに気付かせる。
- ・生徒自身に方針を立てさせ、交流する場をもつ。
- ・三角形の片方をずらし、対応が分かりやすいようにする。
- ・証明に使える事実を図にかき込ませる。
- ・証明の板書では、生徒の表記を取り上げながら、この表記の仕方でも聞き手に伝わるか、伝わったのかということ意識させる。
- ・根拠となる図形の性質について、用語を正しく使って話させる。

	<p>4 証明を書く。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>$\triangle ECB$と$\triangle DBC$において</p> <p>仮定より $AB = AC \dots ①$</p> <p>二等辺三角形の底角は等しいから、$\angle ECB = \angle DBC \dots ②$</p> <p>①と$AE = AD$から、$EC = DB \dots ③$</p> <p>共通な辺だから、$BC = CB \dots ④$</p> <p>②、③、④より2組の辺とそのはさむ角がそれぞれ等しいので</p> <p>$\triangle ECB \equiv \triangle DBC$</p> <p>対応する辺は等しいから $BE = CD$</p> </div>		<p>技 方針にもとづいた証明を書くことができる。</p>
	<p>5 証明を振り返って新たな性質を考える。</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>花子さんは証明を完成させたあとで、他にも等しい辺や角があったり、その他この図には色々な特徴があることに気が付きました。花子さんは、何に気付いたのでしょうか？</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> • $\angle BDC = \angle CEB$ • $\angle BCD = \angle CBE$ • $\triangle FBC$は二等辺三角形 • $\triangle BDF \equiv \triangle CEF$ 	<p>• なぜそう判断できたのか、根拠を明確にして説明させる。</p>	<p>考 図形の性質を考察したり、図形の性質を読み、新たな性質を見いだしたりすることができる。</p>
<p>終末</p>	<p>学習のまとめ</p> <p>本時の学習で分かったことを出し合おう。</p>		