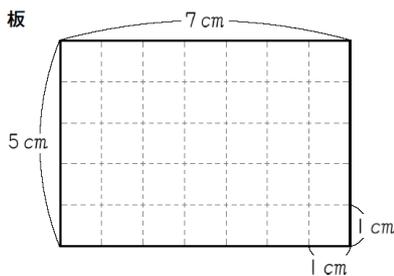


## 事象の数理的な側面に着目し振り返って考えることができるために

## 1 全国学力・学習状況調査の結果から

## (1) 関連する平成21年度実施の調査問題（小学校 算数B ④ カードの敷き詰め 参照）

(2) 次に、下のようなたてが5 cm、横が7 cmの長方形の板に、カードをすきまなくしきつめられるかどうかを調べます。

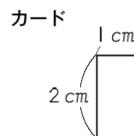


実際にカードをおいたり、おいた図をかいたりして調べなくても、この長方形の板にカードをすきまなくしきつめられないことがわかります。



この長方形の板に、カードをすきまなくしきつめることは、できません。どのように考えれば、実際にカードをおいたり、おいた図をかいたりして調べなくても、しきつめられないことがわかりますか。その考えを、言葉や式を使って書きましょう。

上の長方形の板にカードをすきまなくしきつめられるかどうかについて、あき子さんが次のように言いました。



## (2) 解答類型の反応率「滋賀県版（公立）」からみる分析結果と課題

- ④(2)の問題では、縦5 cm、横7 cmの長方形の板に縦2 cm、横1 cmの長方形のカードを敷き詰められないと判断するための考えを書くことが求められる。正答率は、53.7%であり、長方形の面積や辺の長さの数値の特徴を基に、示された長方形の板にカードを敷き詰めることができないと判断するための方法を考え、それを言葉や式を用いて記述することに課題がある。

誤答については、「何を」調べるのか（例えば、「長方形の板の面積」と「カードの面積」など）だけを解答している解答類型6の反応率は、11.5%である。

- ④(3)の問題では、縦2 cm、横1 cmの長方形のカードを敷き詰められない長方形の板を考え、その辺の長さを書くことが求められる。正答率は、46.1%であり、調べた結果を振り返り、きまりを見いだし、カードを敷き詰められない例をつくることに課題がある。

誤答については、縦横の一方に偶数を解答している解答類型5の反応率は、12.8%である。また、縦と横の両方に偶数を解答している解答類型6の反応率は、15.0%である。

## (3) 学習指導に当たって

- 数量や図形の特徴に着目して、解決方法を改善できるようにする。

問題を解決した後に、その解決方法を評価して改善できるようにすることが大切である。算数の問題解決の場合、事象に含まれる要素の中から、数量や図形の特徴を見いだし、それらに着目することで、より洗練された考えや簡便な方法に改善できることがある。

解決方法を考える場面や多様な方法を比較する場面で、数量や図形の特徴に着目して方法を改善しているという意識を児童がもてるよう配慮することが必要である。また、方法を改善することで、どのようなよさがあるのかを児童が認識できるようにすることも必要である。

- 自分の考えや解決方法を筋道を立てて説明できるようにする。

問題を解決するための考え方や解決方法を、言葉や式などを用いて筋道を立てて説明できるようにすることが大切である。

指導に当たっては、考えや解決方法を説明する活動を積極的に取り入れ、どのような事柄を含んで説明しなければならないのかを、目的に応じて考えられるようにすることが大切である。例えば、設問(2)の場合、「2で割って調べる。」とだけ説明している児童には、「何を2で割って調べるのですか。」、「割り算をした結果、どのようになっていることを確かめれば、敷き詰められないことが分かるのですか。」などと教師が問いかけ、「何を」調べるのかや、調べた結果、「どのような状態であることを」確かめるのかを明らかにして説明する必要があることを児童が理解できるようにすることが考えられる。

## 2 事例②を生かした取組

(1) 単元名 小学校 第4学年 「面積」

(2) 指導計画 (14時間)

次	主 な 内 容	時 間 数
1	広さの表し方	2時間
2	長方形と正方形の面積	5時間(本時5 / 5)
3	大きな面積の単位	4時間
4	アール, ヘクタール	1時間
5	まとめ	2時間

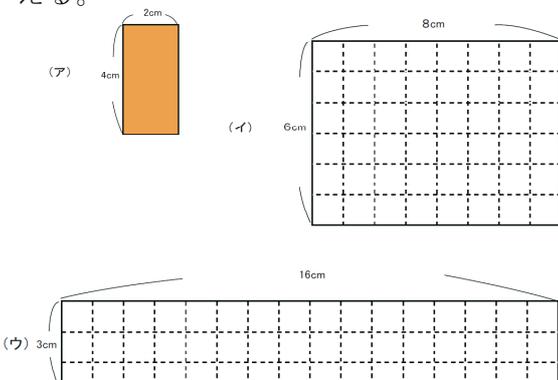
(3) 指導の例

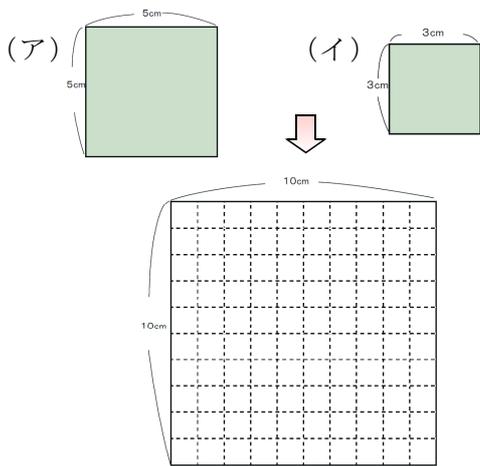
ア 本時のねらい

- ・長方形や正方形の辺の長さや面積に着目し、すきまなくしきつめられるかどうかについて、その方法や理由を数学的に表現することができる。

イ 指導過程

※□内は評価の観点を示す。

学習活動と発問	指導上の留意点と評価
<p>課題の把握 すきまなくしきつめられるかな</p> <p>1. 2つのサイズのちがう長方形をたて4cmよこ2cmの長方形でしきつめる方法を考える。</p>  <p>(ア) (イ) (ウ)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・パズルみたい。</li> <li>・別の方法でもできそうだ。</li> </ul> <p>2. 1辺が5cmと3cmの正方形で、1辺が10cmの正方形をしきつめられるか考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・天井をしきつめているパネルや壁のタイルなどの写真を見せながら課題の必然性を感じ取らせる。</li> <li>・図に示すことによって、問題を確実に理解できるようにし、解決への見通しをもたせる。</li> <li>・しきつめる意味がわかればよいので、短時間で扱う。</li> <li>・困っている場合には、具体的に操作できるカードを用意する。</li> <li>・(イ)については、しきつめ方は数通りあることを操作させてみせ、向きを固定して考えないようにさせる。</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>・考えたことを言葉や式、図にかいて表す活動を取り入れる。(ミニ発表ボードの活用)</li> </ul>



- 図にかき込んで考える。  
1辺が5cmの正方形はしきつめられる。  
1辺が3cmの正方形では、しきつめられない。(図をもとに説明する)
- 辺の長さで考える。  
 $10 \div 5$ はわりきれるので、しきつめられる。  
 $10 \div 3$ はわりきれないので、しきつめられない。
- 面積で考える。  
 $100 \div 25 = 4$ となり、わりきれるのでしきつめられる。  
 $100 \div 9 = 11 \dots 1$ は、わりきれないのでしきつめられない。
- 9枚と11枚の違いは、左の図より面積3の長方形6枚分であることがわかる。
- $25 \times 4 = 100$ だから1辺が5cmの正方形はしきつめられる。

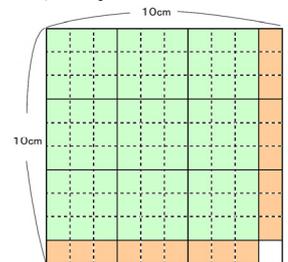
3. 1辺が3cmの正方形を使って、しきつめることができる $100\text{cm}^2$ に近い正方形や長方形をさがす。

- 正方形のカード(イ)を並べた図をもとにして、説明する。
- $100\text{cm}^2$ に近い正方形の場合。  
1辺は10cmに近くなる。正方形のカード(イ)は1辺が3cmなので、3枚で1辺が9cmの正方形( $81\text{cm}^2$ )ができる。
- $100\text{cm}^2$ に近い長方形の場合。  
たて3cmよこ33cmなら面積は $99\text{cm}^2$ になる。たて9cmよこ12cmなら面積は $108\text{cm}^2$ になる。
- 辺の長さと面積の関係について、表に表

- 数量や図形の特徴に着目して、解決方法を考えさせる。
- 活動の後半では、具体的なしきつめ以外の方法で説明できないか問うことにより、どの子にも式と言葉を使った説明ができるようにしていく。

**考** カードをしきつめることができるか判断するための方法を数学的に表現することができる。

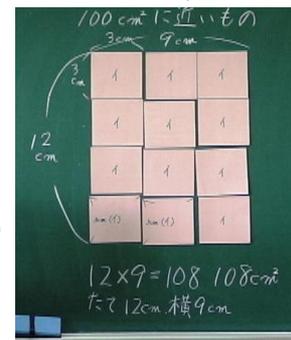
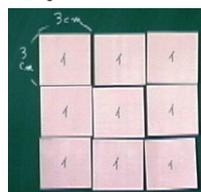
- 説明が不備な場合は、「何を」調べたのか、「どのように」調べたのか、調べた結果「どのような状態であることを」確かめるのかを明らかにして、説明できるように助言する。
- 解決方法の交流の際には、自己と他者の考えのちがいや共通点を意識させ、みんなで学習することの楽しさや意義を味わわせるようにする。
- 式と図を結びつけて考えることを大切に扱う。例えば、1辺が3cmの正方形をしきつめる場合、計算結果と操作では正方形の枚数が違うことに気付かせながら、その理由を問うようにする。



- 必要に応じて、1辺は10cm近くになることを確認する。

**考** 解決方法を言葉や式などを用いて筋道立てて説明することができる。

- $9 \times 11 = 99$ の式でとまっている児童には、9と11が何を表しているのか問うていきながら、図形をかかせて理解を深めさせる。



して、説明する。

たての長さ(cm)	3	6	9	12	15	18
横の長さ(cm)	33	18	12	9	6	6
面積(cm <sup>2</sup> )	99	108	108	108	90	108

4. 本時の学習を振り返る。
- ・自分のこと、友達のこと、楽しかったこと等の観点で本時を振り返る。

### 本事例の活用に関わって

#### ○ 解決への見通しがもてるようにする

問題を解決するためには、まず、その問題を確実に理解することが必要である。問題を理解する際には、問題の状況を絵や図に表したり、具体物を使って操作したりするなどの活動が役立つことがある。さらに、そのような活動を通して、解決の見通しをもつことができる場合もある。

例えば学習活動1では、縦が6cm、横が8cmの長方形や縦が3cm、横が16cmの長方形の板にカードをしきつめる方法を考え、そのときに必要なカードの枚数を調べている。このような活動を通して、長方形の板にカードをしきつめることの意味を理解したり、しきつめるために必要なカードの枚数について、その求め方の見通しをもったりすることができる。

指導に当たっては、作業的な活動や体験的な活動などの算数的活動を積極的に取り入れ、児童が問題を確実に理解しているかどうかを確認したり、解決の見通しを話し合ったりし、その上で自力解決の時間をもつなどの配慮が必要である。

#### ○ 数量や図形の特徴に着目して、解決方法を改善できるようにする

問題を解決した後に、その解決方法を評価して改善できるようにすることが大切である。

例えば学習活動2のように、1辺が10cmの正方形の板にカードをしきつめられるかどうかを判断する場合、実際に試行錯誤をしながら操作するという方法がある。また別に、面積の数値に着目して大きな正方形の面積を小さな正方形の面積で割りきれるか調べる方法、1辺の長さに着目して大きな正方形の1辺の長さを小さな正方形の1辺の長さで割りきれるか調べる方法などがある。この設問では、数量の特徴に着目し解決方法を改善することを求めている。

指導に当たっては、具体的なしきつめの操作をもとに考えた児童には、他の方法で説明できないか問うことにより、どの子にも式と言葉を使った説明ができるようにしていきたい。また、方法を改善することで、どのようなよさがあるのかを児童が認識できるようにすることも必要である。

#### ○ 調べた結果を振り返ってきまりを見いだしたり、例をつくってそのきまりを確かめたりできるようにする

幾つかの事例について調べた結果を振り返ることは、きまりを見いだすために必要である。また、見いだしたきまりを用いて新しい例をつくることは、見いだしたきまりが正しいかどうかを確かめたり、見いだしたきまりの理解を深めたりするために大切である。

例えば学習活動3では、1辺が3cmの正方形のカードでしきつめられる100cm<sup>2</sup>に近い正方形や長方形をさがす。この場合、学習活動2までの学習から、正方形や長方形の1辺は、カードの1辺である3cmの何倍かになっていることに気付くことが大切である。

指導に当たっては、幾つかの事例について調べた結果を整理して振り返る活動を取り入れることが考えられる。その際、数量や図形などの特徴に着目し、共通する事柄を見いだせるようにすることが大切である。また、見いだしたことの正しさを、幾つかの場合に当てはめて確かめる活動を取り入れ、見いだしたきまりの確かさを実感できるようにすることが考えられる。

### 3 学習内容の関連

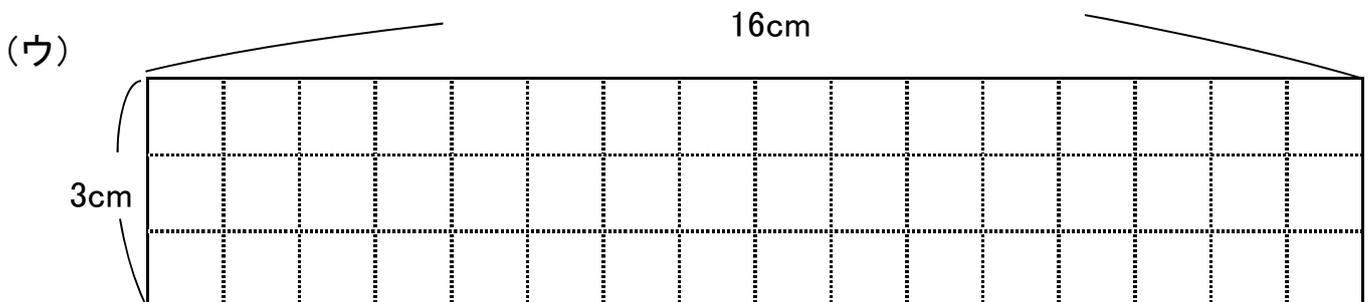
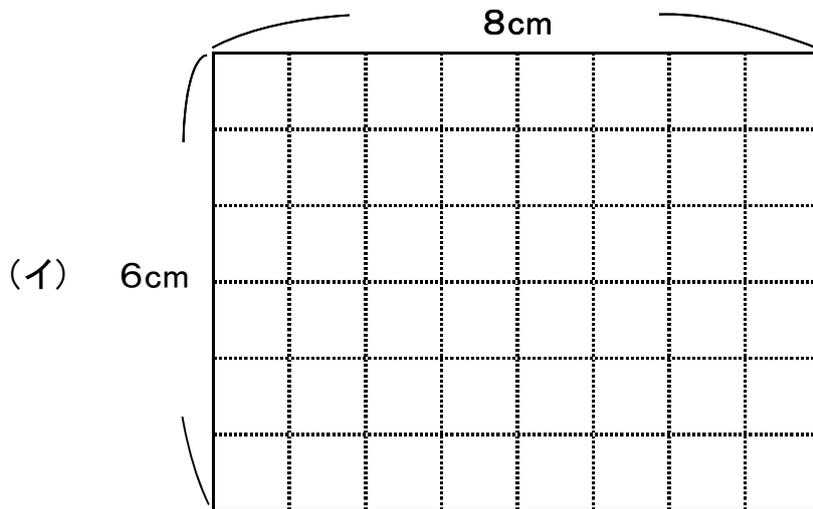
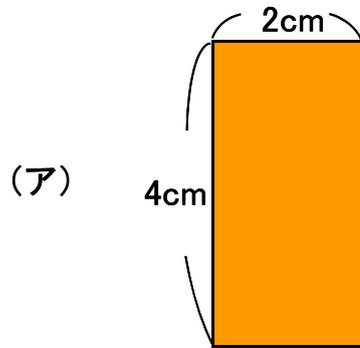
**小2** かけ算

**小3** 三角形と四角形

**小5** 四角形と三角形の面積

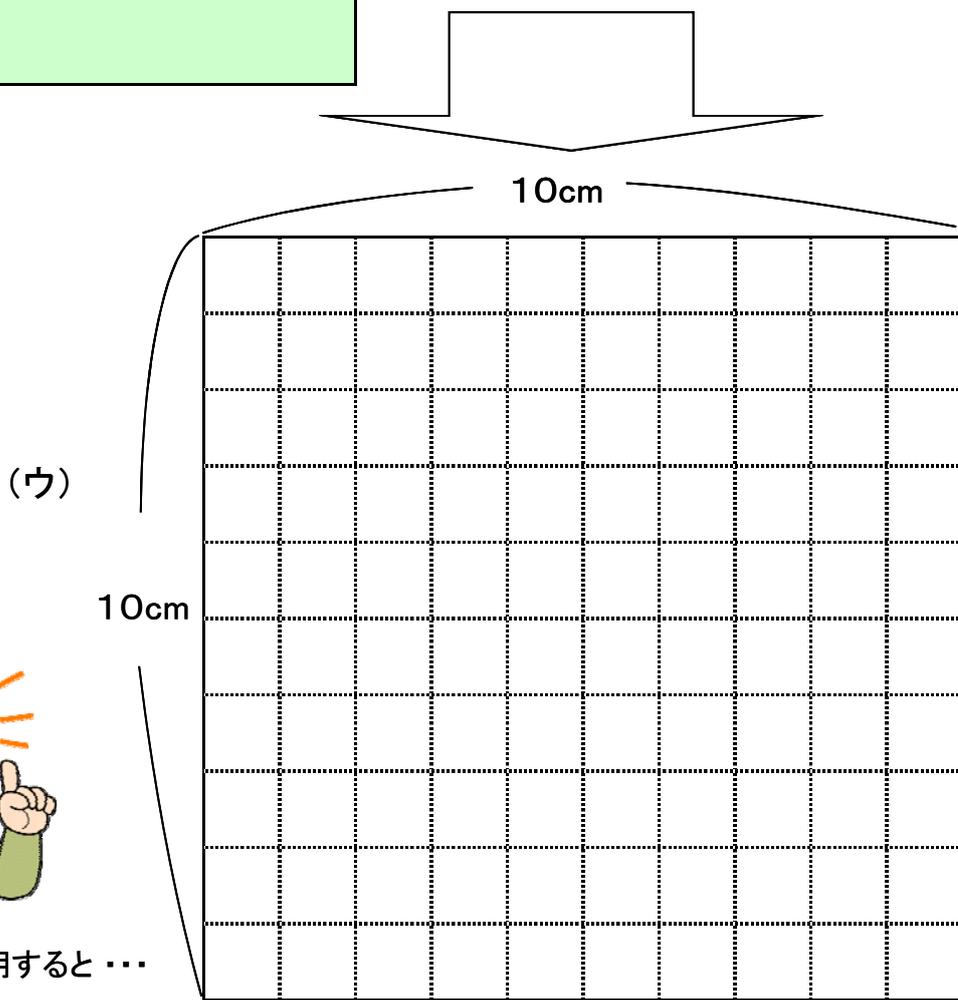
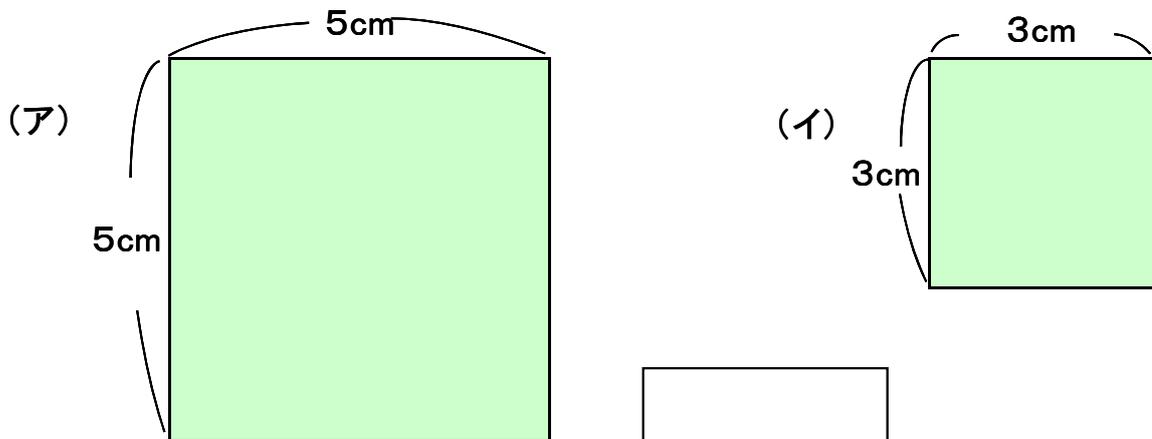
(1) たて4cm、よこ2cmの長方形のタイル(ア)がたくさんあります。

このタイルをたて6cm、よこ8cmの長方形(イ)や、たて3cm、よこ16cmの長方形(ウ)にすきまなくしきつめられるかどうか、図の をなぞって考えましょう。また、すきまなくしきつめられる場合、カードは何枚必要ですか。



(2) 下の図のような正方形のカード(ア)(イ)がたくさんあります。

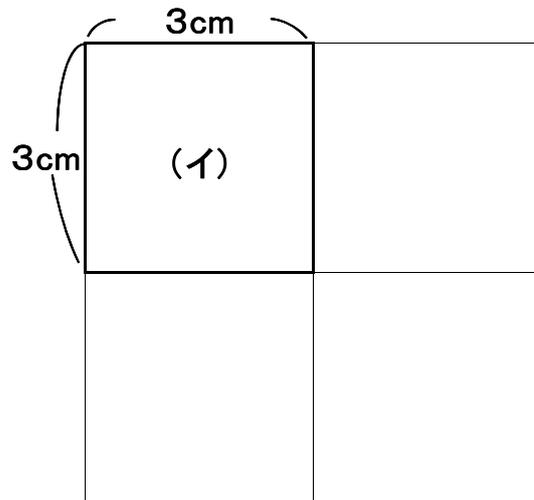
これらのカードを1つ選んで、1辺が10cmの正方形(ウ)にすきまなくしきつめられるか



自分の考えを説明すると...

Blank area for writing an explanation.

(3) 正方形のカード(イ)を使って、しきつめることができる長方形や正方形をさがします。ただし、面積は $100\text{cm}^2$ に近いものをさがします。1辺の長さは何 $\text{cm}$ になるか、言葉や式、図や表を使って説明しましょう。



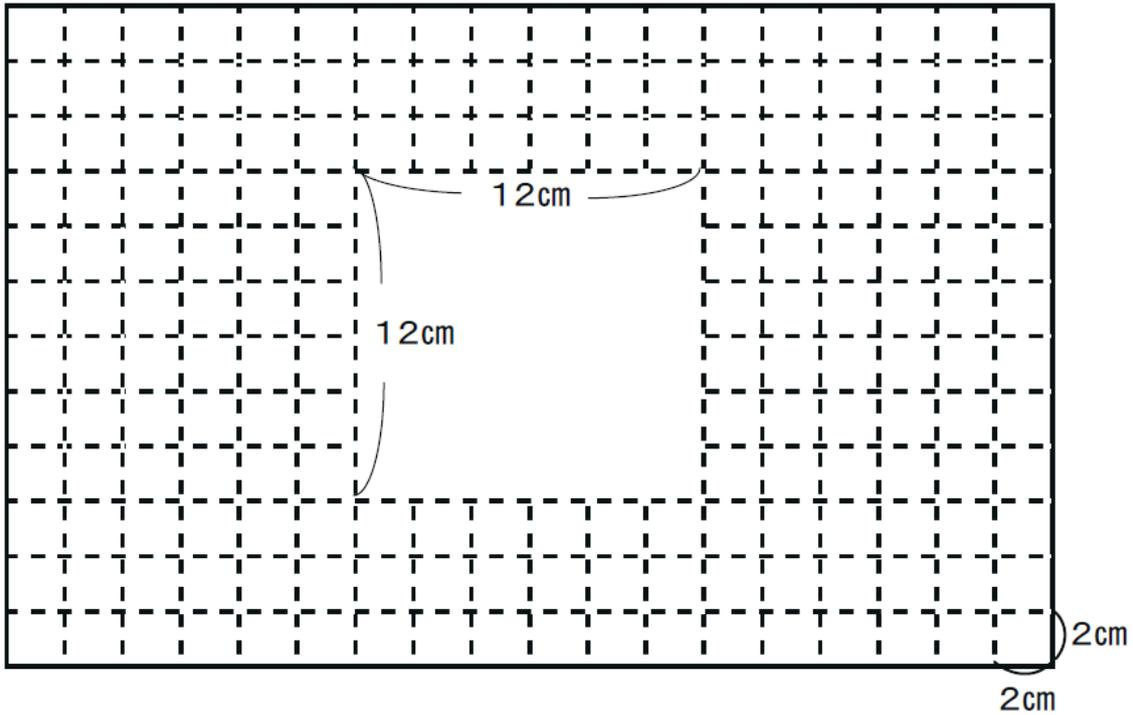
考えたことを説明すると …

A large, empty rounded rectangular box with a black outline, intended for the student to write their explanation of how they found a rectangle or square that can be tiled with the 3cm square card.

### 評価問題

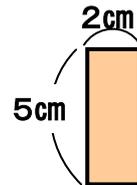
1辺が2cmの正方形のタイルを長方形のかべにはっています。□で囲まれた部分には、たて2cm、横が5cmの長方形のタイルで飾り付けようと考えています。

#### かべ



長方形のタイルをすきまなくしきつめられるかどうかについて、あき子さんが次のように言いました。

#### 長方形のタイル



実際に長方形のタイルをおいたり、おいた図をかいたりして調べなくても、□で囲まれた部分には、長方形のタイルをすきまなくしきつめられないことがわかります。



あき子

この□で囲まれた部分には、長方形のタイルをすきまなくしきつめることは、できません。

どのように考えれば、実際に長方形のタイルをおいたり、おいた図をかいたりして調べなくても、しきつめられないことがわかりますか。その考えを、言葉や式を使って書きましょう。

4年\_\_組\_\_番 名前\_\_\_\_\_

解答用紙

考え

## 解答用紙

(正答例)

考え

 で囲まれた正方形のかべの面積は  $12 \times 12$  で  $144 \text{ cm}^2$ ，長方形のタイルの面積は  $10 \text{ cm}^2$  です。正方形のかべの面積 ( $144 \text{ cm}^2$ ) を長方形のタイルの面積 ( $10 \text{ cm}^2$ ) で割って，割り切れないことを調べれば，かべに長方形のタイルをしきつめられないことがわかる。

(正答の条件)

次の①，②，③のすべてを書いている。

敷き詰められないと判断するために，

- ① 「何を」調べるのか
- ② 「どのように」調べるのか
- ③ 調べた結果，「どのような状態であることを」確かめるのか