

(1) 単元名 中学校 第3学年「関数 $y = ax^2$ 」

(2) 指導のねらい

- ・関数 $y = ax^2$ の特徴を表，式，グラフでとらえるとともに，それらを相互に関連付けることで，関数 $y = ax^2$ についての理解を深めることが大切である。
- ・数学的な表現を用いながら他者に説明し伝え合う場面を意図的に設けることが必要である。その際には，表，式，グラフを適切に選択したり，自分の表現を他者の表現と比較したりすることにより，事象の考察を深めることを体験できるようにすることが重要である。

(3) 指導計画（13時間）

次	主な内容	時間数
1	関数	1
	関数 $y = ax^2$	1
	関数 $y = ax^2$ の式	1
	関数 $y = x^2$ のグラフ	1
	関数 $y = ax^2$ のグラフ	2
	関数 $y = ax^2$ のグラフと値の変化	1
	関数 $y = ax^2$ の変化の割合	1
	変化の割合の意味	1
2	身近に現れる関数	1
	図形の中に現れる関数①	1
	図形の中に現れる関数②	1(本時)
	いろいろな関数	1

(4) 指導の例

ア 本時のねらい

- ・厚紙を移動させるときに現れる関数関係を見だし，その特徴を説明することができる。
- ・面積の変化の様子を表したグラフを数学的に解釈し，もとなる厚紙の形を予測することができる。

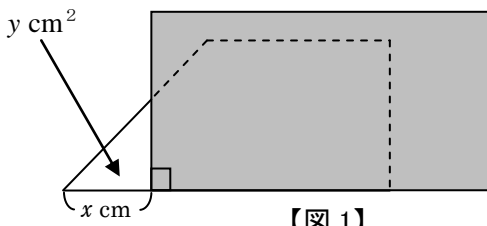
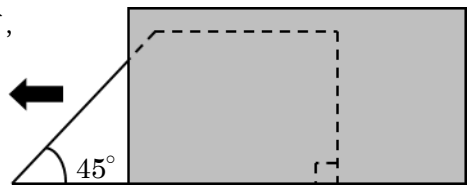
イ 指導過程

学 習 活 動 と 発 問	指 導 上 の 留 意 点 と 評 価
---------------	---------------------

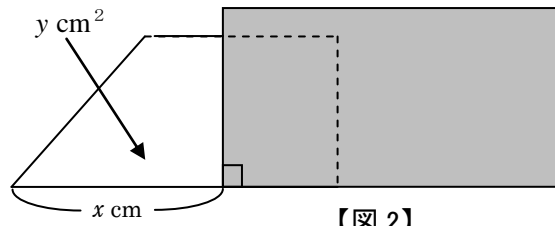
1. 課題の把握

封筒と台形の厚紙があります。この厚紙を封筒の中に入れて、右の図のように左へ引き出します。

図1, 図2は, その様子を表したものです。このとき, 厚紙を封筒の端から x cm 引き出したときに封筒から出ている部分の面積を y cm² とします。



【図1】



【図2】

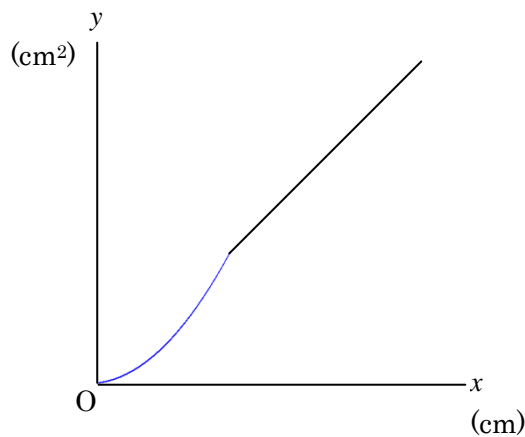
①封筒から出ている部分の面積の変化の様子を考えましょう。

- x の値が増加すると, y の値も増加していくことを確認する。
- 面積が増加する割合が, 一定でない部分があることに気付かせる。

2. 課題の追求

(問題1)

次のグラフは, 台形の厚紙をすべて引き出すまでの x と y の関係を表したものです。



厚紙を引き出していくと, 面積の増加の様子が途中から変化します。このことを封筒から出た厚紙の形やグラフの特徴を使って説明しなさい。

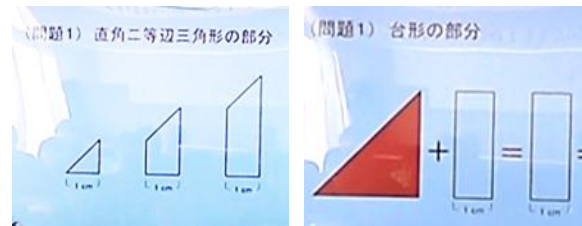
①面積の増加量とグラフの特徴との関係を考えましょう。

- 事柄の特徴を数学の用語を使つて的確に説明できるように, 傾きの定義を, 変化の割合とあわせて振り返っておく。
- グラフの様子が変わる点は, 台形のどこが封筒の端と重なったときであるか考えさせる。

(生徒の発表例)

- ・台形は直角三角形と長方形に分けて考えられる。
- ・直角三角形は、 45° の角があるから直角二等辺三角形である。
- ・引き出した図形が直角二等辺三角形のとき、高さも $x(\text{cm})$ となるから面積 $y(\text{cm}^2)$ は式で表すことができる。
- ・面積は $y = x \times x \div 2$ だから、 $y = \frac{1}{2}x^2$ である。
- ・ y が x の2乗に比例するという事は、グラフは放物線である。
- ・引き出した図形が台形のとき、面積を式で表すことはできるのだろうか。(表せないことをおさえる)
- ・このとき、面積は一定の割合で増加している。
- ・このとき、一定に増加する面積(長方形)と変わらない面積(直角二等辺三角形)の和になる。
- ・ y は x の一次関数である。
- ・一次関数だからグラフは直線である。

- ・厚紙の台形は、直角二等辺三角形と長方形に分けられることを確認する。
- ・引き出した図形が直角二等辺三角形か台形のどちらであるかで、面積の増加量は一定であるかないかが判断できる。このことを、下図のようにプレゼンテーションソフトを使ったり、画用紙を使ったりして視覚的にとらえさせることは有効である。

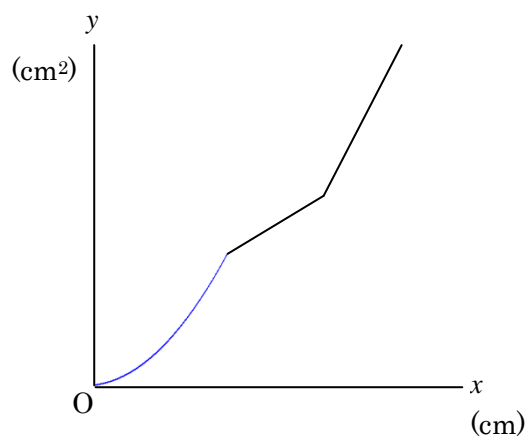


- ・生徒の発表に対して問い直したり補足したりして、的確な説明につなげていく。
- ・生徒は、直角二等辺三角形の面積は $y = \frac{1}{2}x^2$ と求めることができても、台形の面積を表す一次関数の式は求められないことに気付きにくい。式を求めるのではなく、一定に増加する面積(長方形)と変わらない面積(直角二等辺三角形)の和であるから一次関数となることを押さえたい。

考 面積が変化する特徴を説明することができる。

(問題2)

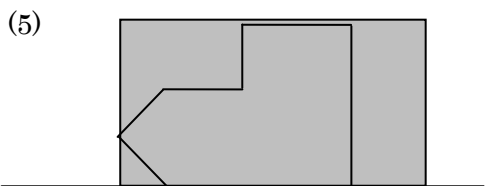
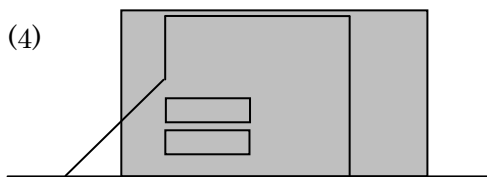
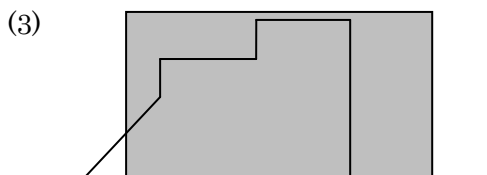
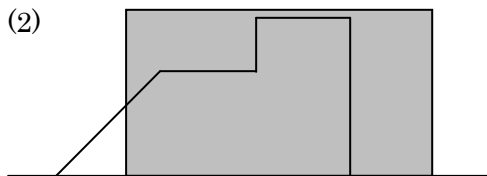
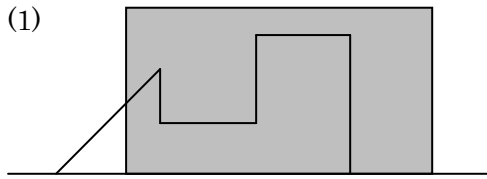
別の形の厚紙を封筒から引き出します。この厚紙を x cm 引き出したときに封筒から出ている部分の面積を $y \text{cm}^2$ とします。次のグラフは、ある厚紙をすべて引き出すまでの x と y の関係を表したものです。



x と y の関係が上のグラフのように表されるのは、どのような形の厚紙を引き出した場合であると考えられますか。その図を描きなさい。

②グラフの特徴から、引き出した厚紙の形を考えましょう。

(正答例)



- ・グラフから3通りの面積の変化があることを読みとらせる。
- ・自由に図を描いてみるように指示する。
- ・机間指導しながら、生徒が描いた図の理由を確認していく。
- ・状況に応じて、面積の増加量と傾き（グラフの形）の関係を振り返らせる。
- ・下図のように、ミニボードに図を描かせて、理由を説明させる。



- ・④のように、厚紙に長方形の穴があいている正答があるので注意する。

関 (問題1)を参考に課題を解決しようとする。

考 グラフの特徴を数学的に解釈し、もとなる厚紙の形を予測することができる。

3. 学習のまとめ

本時の学習を振り返る。

- ・式を使わなくても、グラフの特徴を言葉で説明したり、グラフを読み取ることで、面積の変化の様子を数学的に解釈したりすることができることを確認する。

(5) 留意点

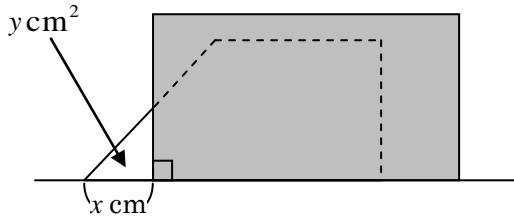
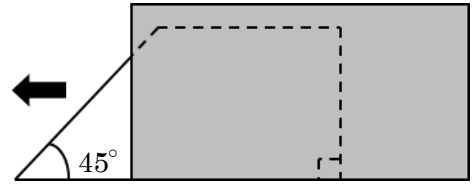
- ・具体的な事象の中から伴って変わる二つの数量を取り出し、変化や対応を調べる際に、具体物を操作したり、コンピュータを活用したりして、変化の様子を視覚的にとらえさせることが大切である。
- ・放物線と直線の違いに着目させることは大切であるが、その傾きの大きさを厳密にとらえすぎないようにする。

ワークシート 1 **事象から関数関係を見いだそう**

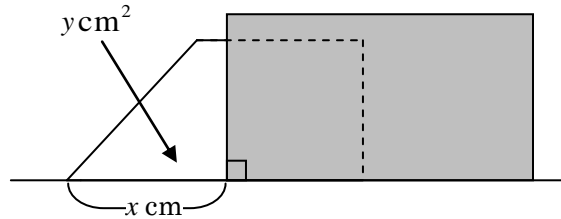
3年__組__番 氏名_____

封筒と台形の厚紙があります。この厚紙を封筒の中に入れて、右の図のように左へ引き出します。

図 1, 図 2 は, その様子を表したものです。このとき, 厚紙を封筒の端から x cm 引き出したときに封筒から出ている部分の面積を y cm² とします。



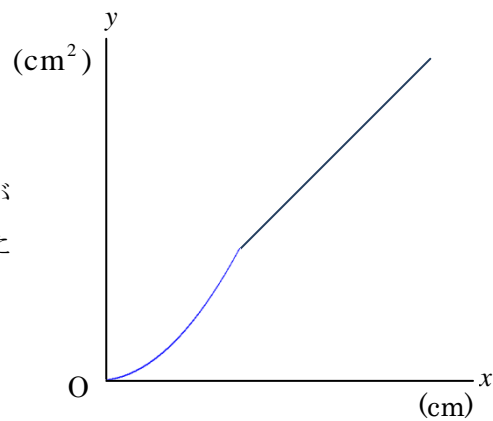
【図 1】



【図 2】

(問題 1)

右のグラフは, 台形の厚紙をすべて引き出すまでの x と y の関係を表したものです。



厚紙を引き出していくと, 面積の増加の様子が途中から変化します。このことを, 封筒から出た厚紙の形やグラフの特徴を使って説明しなさい。

(自分の考え)

(みんなの考え)

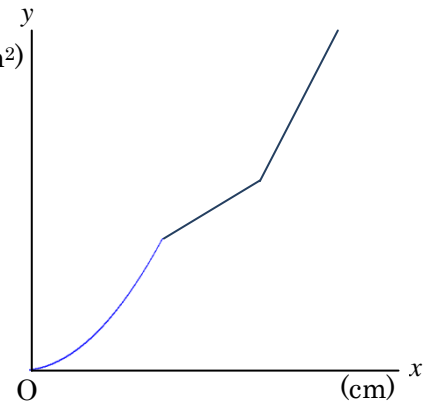
(まとめ)

ワークシート2 **事象から関数関係を見いだそう**

3年__組__番 氏名_____

(問題2)

別の形の厚紙を封筒から引き出します。この厚紙を x cm 引き出したときに封筒から出ている部分の面積を y cm² と (cm²) します。右のグラフは、ある厚紙をすべて引き出すまでの x と y の関係を表したものです。



x , y の関係が右のグラフのように表されるのは、どのような形の厚紙を引き出した場合であると考えられますか。その図を描きなさい。

また、1つ描けたら2つ3つとできるだけたくさん案を考えましょう。

【解答】

案1



案2



案3



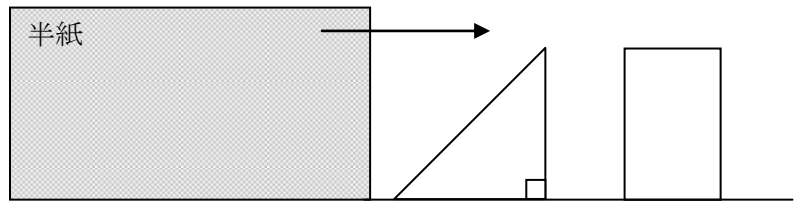
案4



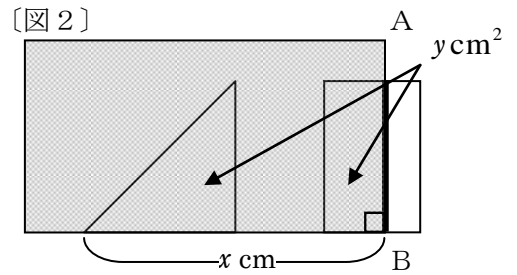
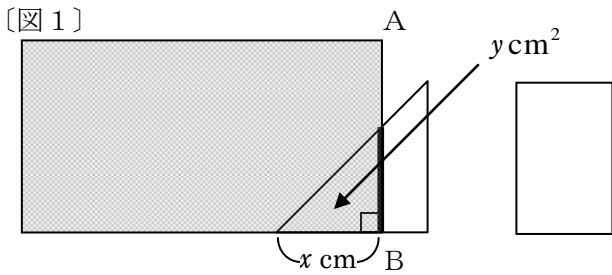
評価問題

3年 組 番 氏名 _____

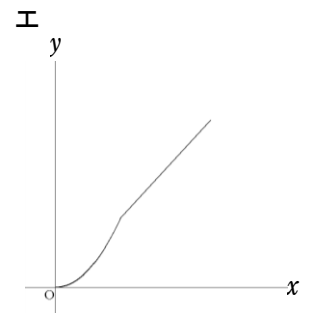
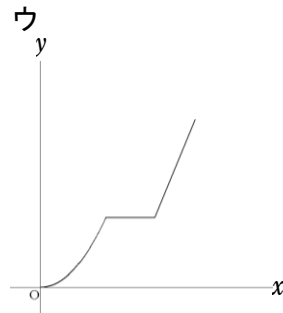
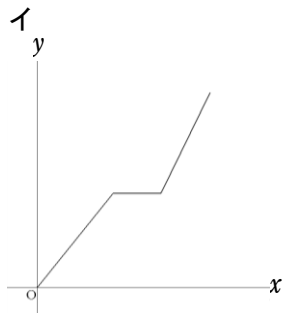
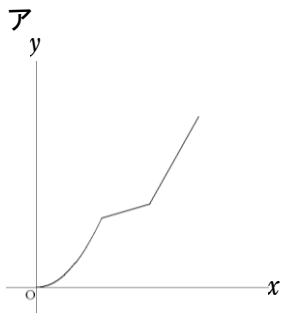
右の図のように、直角二等辺三角形と長方形の2枚の厚紙を並べて置きました。この厚紙の左から半紙を重ねていくこととします。下の図1, 図2は、そのときの様子を表したもので、2つの図形が半紙の端A Bと重なる部分を太線で表しています。



このとき、半紙の右端から x cm 重ねたときに厚紙と半紙の重なっている部分の面積を y cm² とします。



x と y の関係を正しく表してしているグラフが下のアからエの中にあります。それを選び記号で答えなさい。また、それを選んだ理由を、グラフの特徴をもとに説明しなさい。



選んだ記号

選んだ理由

正答 ウ

選択した理由

①半紙の端A Bが直角二等辺三角形と重なっているときは、

重なっている部分の面積の増加が一定でないから比例のグラフにならないこと。

または、 $y=ax^2$ であるためグラフは放物線であること。

②半紙の端A Bが、2つの図形の間にあるときは、

面積は増加しないためグラフは x 軸に平行であること。

※半紙の端A Bが長方形と重なっているときは、

重なっている部分の面積の増加は一定であること。

または、グラフは直線であること。 → 今回は、どのグラフにおいてもいえる。

理由に、①と②の内容が入っていれば正解とする。