

事象の数学的な解釈と問題解決の方法を説明することができるために

1 全国学力・学習状況調査の結果から

(1) 関連する平成21年度実施の調査問題（中学校 数学B [3] 電球形蛍光灯のよさ 参照）

- [3] 美咲さんは、家の白熱電球が切れたので、環境にやさしいといわれ（3）美咲さんとお兄さんは、蛍光灯と白熱電球を同じ時間使用している電球形蛍光灯（以下、「蛍光灯」とします。）にかえようと考えています。 ときの総費用（1個の値段と電気代の合計）を比べています。

そこで、蛍光灯について調べたところ、次のことが分かりました。

蛍光灯について分かったこと

○値段が高い ○電気代が安い ○寿命が長い	蛍光灯と白熱電球の比較(ほぼ同じ明るさのもの)	
	蛍光灯 (10 W)	白熱電球 (54 W)
	1個の値段	1000円
	電気代(1000時間)	220円
	1個の寿命	10000時間

美咲さんは、蛍光灯と白熱電球について、電気代は使用時間にともなって一定の割合で増えるとして、1個の値段と電気代を合計した総費用を比べてみようと思いました。

お兄さん「1個の値段は蛍光灯の方が高いので、最初のうちは蛍光灯の方が総費用も多いね。」

美咲さん「でも、1000時間だと蛍光灯の方が総費用が少ないよ。」

お兄さん「それなら、2つの総費用が等しくなる時間があるね。」

蛍光灯と白熱電球の総費用が等しくなるおよその時間を求める方法を説明しなさい。ただし、実際にその時間を求める必要はありません。

電球形蛍光灯（左）と白熱電球



(2) 解答類型の反応率「滋賀県版（公立）」からみる分析結果と課題

- 3の問題では、事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することが求められる。蛍光灯と白熱電球の総費用は、それぞれ使用時間の一次関数であるとみなし、2つの総費用が等しくなるときの使用時間を求める方法を、グラフや式などの「用いるもの」とその「用い方」を明示して説明できるかどうかをみるものである。正答率は、18.5%であり、与えられた表やグラフを用いて、蛍光灯と白熱電球の総費用が等しくなるおよその時間を求める方法を説明することに課題がある。

誤答については、「用いるもの」は示しているが、「その用い方」を示していない解答類型3と解答類型8の反応率を合わせると、20.2%である。

(3) 学習指導に当たって

- 表やグラフから必要な情報を適切に選択し、それをもとに判断できるようにする。

実生活の場面においては、家電製品の性能など、情報が表やグラフで与えられることが多い。したがって、表やグラフから必要な情報を適切に選択し、それをもとに判断することが大切である。

指導に当たっては、示されている言葉の意味を理解してよみとったり、さらに自分なりに視点を定めてその目的に応じて情報を選択できるようにすることが大切である。

- 事象を数学的に解釈し、問題解決に数学を活用できるようにする。

実生活の場面における問題解決では、事象を理想化・単純化して数学の問題としてとらえることが大切である。そうすることで、数学の知識・技能、見方や考え方を活用することができるようになる。

指導に当たっては、例えば、設問(2)や設問(3)で、総費用を使用時間の一次関数とみなせる理由を問うことで、総費用が使用時間に伴って一定の割合で増えているという仮定を用いていることを理解できるようにすることが考えられる。また、蛍光灯や白熱電球の総費用について、グラフや表を活用して解釈し、問題解決に取り組む場面を設定することが考えられる。

○ 問題解決のために数学を活用する方法を考え、説明できるようにする。

様々な問題を解決するために数学を活用する方法を見いだしたり、その方法について説明したりすることは、問題解決のための構想を立て、実践し評価・改善する力を身に付ける上で大切である。

指導に当たっては、与えられた方法を用いて解決させるだけでなく、生徒が問題解決のために数学を活用する方法を見いだすことが大切である。また、その方法について、グラフや式などの「用いるもの」とその「用い方」について説明する場面を設定することが大切である。例えば、設問(3)で、グラフを用いる場合、蛍光灯と白熱電球の総費用が等しくなる時間を求めるためには、2本のグラフの交点を求め、その交点の x 座標をよめばよいことなどを説明できるようにすることが考えられる。

2 事例1を生かした取組

(1) 単元名 中学校 第2学年「一次関数」

(2) 指導計画（16時間）

次	主 な 内 容	時 間 数
1	一次関数	8時間
2	方程式とグラフ	3時間
3	一次関数の利用	4時間(本時4／4)
4	ポストテスト	1時間

(3) 指導の例

ア 本時のねらい

- ・表やグラフから必要な情報を適切に選択し、それをもとに2変数の関係を見つけ出すことができる。
- ・問題を解決する過程で、関数の知識や考え方のよさに気づき、それらを活用する方法を考え、説明できる。

イ 指導過程

※□内は評価の観点を示す。

学習活動と発問	指導上の留意点と評価
1. 課題の把握 お父さんの携帯電話	
<div>太郎さんのお父さんは、a社のAプランから、b社のBプランへ携帯電話の契約会社を変えようと考えています。そこで、太郎さんはお父さんにどちらが得なのかをアドバイスをするために、a社のAプランとb社のBプランを比べたところ、次のことが分かりました。</div> <div><div>Aプラン……月額基本使用料1000円 通話料1分ごとに20円 Bプラン……月額基本使用料1600円 通話料1分ごとに30円 無料通話1500円分（50分までは無料） 1か月の電話料金＝月額基本使用料＋1分ごとの通話料×通話時間（分）</div></div>	
①データを表にまとめてみよう。どんなことが分かりますか。	<div>表にまとめることによって分かりやすくなることに気付かせる。</div> <div>関 問題に関心を示し、問題の意味を理解している。</div>

- ・ Aプランの方が月額基本使用料が安い。
- ・ Aプランの方が通話料が安い。
- ・ Bプランは無料通話が1500円分についている。
- ・ Bプランは無料通話を月額基本使用料から引くと実質月額基本使用料は100円だ。

② 無料通話1500円分について確認する。

- ・ $1500 \div 30 = 50$
計算から50分までは無料と考える。

③ 整理された情報から、どちらのプランをお父さんにすすめますか。

- ・ お父さんによって変わるから・・・
- ・ どれぐらい話をするの？

- ・ 1分ごとの通話料は常に一定であることを知らせる。

- ・ 通話時間に関係なく、1か月ごとにAプランは1000円、Bプランは1600円かかることを確認する。

- ・ Bプランでは、月額基本使用料に無料通話分が含まれ、通話時間として考えることを確認する。

- ・ 通話時間を決めないと判断できないことを生徒から引き出し、次の問いにつなげる。

お父さんが毎月約60分通話しているとすると、どちらのプランが安い説明してみよう。

④ 1か月の電話料金を計算して比べてみよう。

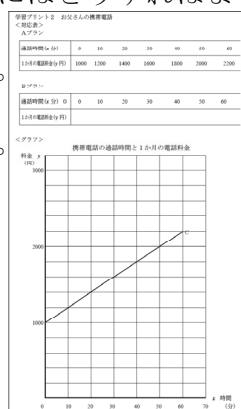
- ・ Aプラン $1000 + 20 \times 60 = 2200$ 円
Bプラン $1600 + 30 \times 10 = 1900$ 円
 $1600 + 30 \times 60 - 1500 = 1900$ 円

- ・ 実際に1か月の電話料金を求めることで、料金の決まる仕組みを理解させる。

2. 課題の追求

① 1か月の電話料金と通話時間の関係がもっとわかりやすくするにはどうすればよいか。

- ・ 対応表を作って考える。
- ・ 式を求めて考える。
- ・ グラフをかいて考える。



- ・ 60分だけでは、どちらのプランがよいかわ判断できないことから、電話料金と通話時間の関係を調べる方法を考えさせる。

- ・ 表に表しただけでは、分かりにくいことに気付かせ、もっと分かりやすい方法を考えさせる。必要に応じて「今まで学習してきたことは使えないだろうか」という補助発問をする。

知 今まで学習した関数の知識を振り返り、何を使えばいいか考えている。

- ・ ワークシートを配布する。

② グラフから情報を読み取ってみよう。

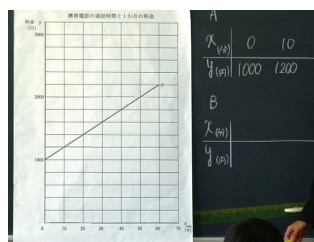
太郎さんは、携帯電話の通話時間を x 分、1か月の電話料金を y 円として、 x と y の関係をグラフに表しています。今、Aプランのグラフが完成しました。

ア グラフの切片はAプランの何を表しているのか。

- ・ 通話しなかったときの1か月の電話料金

イ グラフの点Cの x 座標の値は60です。点Cの y 座標の値は、Aプランの何を表しているか。

- ・ Aプランで60分通話したときの電話

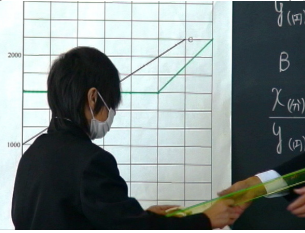


料金 2200円

ウ グラフの傾きはAプランの何を表しているか。

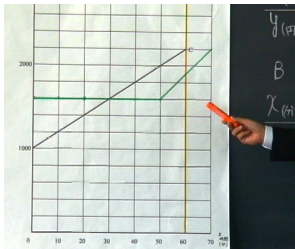
- ・ Aプランの1分間ごとの通話料。

③ Bプランのグラフを書こう。



④ グラフから読み取ってみよう。

ア 通話時間が60分の場合、Bプランが安いことをグラフで再確認する。



イ グラフの交点は何を表しているか。

- ・ AプランとBプランの電話料金が同じになるところ

ウ Aプランの電話料金の方がBプランより安いのは通話時間が何分までか。

- ・ 30分まで

- ・ 50分でグラフが変わることに気付かせ、無料通話の意味を再確認する。

- ・ (60, 1900)の点はグラフ用紙に正確にとれないため、(70, 2200)の点をとっている生徒の考えを紹介する。

- ・ グラフから読み取ることができることが分かったとともに、グラフの式から交点を求めることができることに気付かせる。

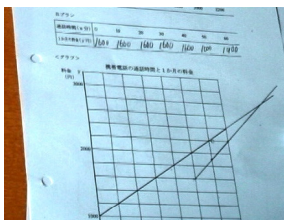
太郎さんは、お父さんにどのようなアドバイスをしたら良いでしょうか。

① アドバイスをまとめ発表する。

- ・ 月に30分以上話すならBプランで、月に30分以下ならAプランがおすすめ。
- ・ 30分ならAプランもBプランも電話料金が同じになるからどちらでもいい。
- ・ 30分から90分まで使うならBプランで、30分以下と90分以上ならAプラン。

② 90分をどのように求めたか考える。

- ・ グラフをさらに伸ばすと交わりそう。
- ・ 連立方程式で交点が求められる。



③ 通話時間と電話料金の関係をまとめよう。

3. 学習のまとめ

今日の学習から気づいたことを出し合う。

表 表やグラフの数値を読み取りながらアドバイスをまとめることができる。

- ・ 電話料金が逆転することに気付かないときは、「30分を超えるとずっとBプランの方が安いのか。」という補助発問をする。

- ・ グラフの傾きから、さらに通話時間を増やすと、交点が存在することに気付かせる。
- ・ 連立方程式で、交点を求めることができる。

考 グラフや対応表から予想をたて、交点を求めようとしている。

- ・ 2つの関係をグラフや式に表すことで、より関係が分かりやすくなることに気づかせたい。

本事例の活用に関わって

○ 示されている言葉の意味を理解して読み取ることができるようにする

本時の課題で扱う「1か月の電話料金」は、生徒が日常的に使っている「電話代」と同義である。しかし、その料金の算出方法については、普段からあまり意識されていないため、数値計算を行なって2つのプランを比較する場面では、つまづく生徒もいると考えられる。そのため、本事例では、「無料通話」の言葉の意味の理解も含めて、課題の把握を丁寧に扱うようにしている。

○ 問題解決のために数学を活用する方法を見いだせるようにする

通話時間と電話料金の関係を視覚的に表すことで、変化の様相が一目でわかり、どちらのプランで契約すると得なのか考えやすくなる。指導者から「グラフに表してみよう」というのではなく、「視覚的に表す方法はないか?」「ぱっと見てわかりやすい方法は?」と問いたい。生徒が問題解決のために数学を活用する方法を見いださせる場面を設定することが大切である。

○ 生徒たちに求める言語活動を明確にしておくこと

授業で言語活動を充実させるためには、子どもたちに求める言語活動を明確にしておく必要がある。本事例では、以下の場面で表現することと解釈することの双方を重視して授業を展開している。

①課題の把握・・・・・・・・問題文から必要な情報を読み取り、表にまとめる。

表を観察して気付いたことを出し合う。

②グラフの読み取り・・・・提示されたグラフの特徴を読み取る。

対応表をもとにグラフをかく。

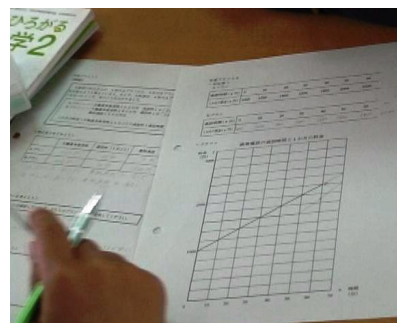
③課題の解決・・・・・・・・2本のグラフから情報を読み取り、交流する。

交流の場面で個々に発表させるだけでは、生徒にとって結局どういう説明ができればいいのかよくわからないことがある。解決方法について、グラフや表、式などの「用いるもの」とその「用い方」について意識しながら説明しているものを評価していく必要がある。

○ 具体的な事象に関する観察や実験の結果を一次関数とみなすことによって、未知の状況を予測したりできるようにする

ワークシートでは、対応表の x の値は60分までとし、グラフ用紙の x 軸の目盛りも70までとしている。そのため、与えられた変域では、AとBのプランで電話料金がもう一度逆転する通話時間を読み取ることができない。しかし、グラフの形状から2直線が交わることを予想し、グラフをのばしたり、対応表をかきたしたりして、交点の座標を求める発想はどの生徒にももたせたい。具体的な事象の変化を一次関数とみなすことによって、未知の状況を予測したりできるよさに触れさせることができると考える。

ワークシートのグラフ用紙では、 y 軸の一目盛りを200としているため、(60, 1900)の点を正確にとることができない。そこで、本事例では(70, 2200)の点をとっていた生徒の考えを取り上げている。グラフを延長することに生徒の意識を向けさせるためである。実際に右図のようにグラフを正確にかいていた生徒の多くは、グラフの2つの交点に着目して父親へのアドバイスを考えることができた。そのためにも、正確なグラフを求められる際には、グラフの点は格子点上にとることを意識させておく必要がある。



与えられたグラフを延長して、2社の電話料金を比較して考え始める生徒

3 学習内容の関連

中1 比例と反比例

中2 連立方程式

中3 関数 $y = ax^2$

学習プリント1 お父さんの携帯電話

【課題】

太郎さんのお父さんは、a社のAプランから、b社のBプランへ携帯電話の契約会社を変えようと考えています。そこで、太郎さんはお父さんにどちらが得なのかをアドバイスをするために、a社のAプランとb社のBプランを比べたところ、次のことが分かりました。

Aプラン……月額基本使用料1000円 通話料1分ごとに20円

Bプラン……月額基本使用料1600円 通話料1分ごとに30円

無料通話1500円分（50分までは無料）

1か月の電話料金＝月額基本使用料＋1分ごとの通話料×通話時間（分）

<表にまとめてみよう>

	月額基本使用料	通話料（1分ごと）	無料通話
Aプラン			
Bプラン			

<安いプランを考えよう>

毎月約60分通話していれば、どちらのプランが安いかわかりませんか？説明してください。

<アドバイスをまとめてみよう>

--

学習プリント2 お父さんの携帯電話

<対応表>

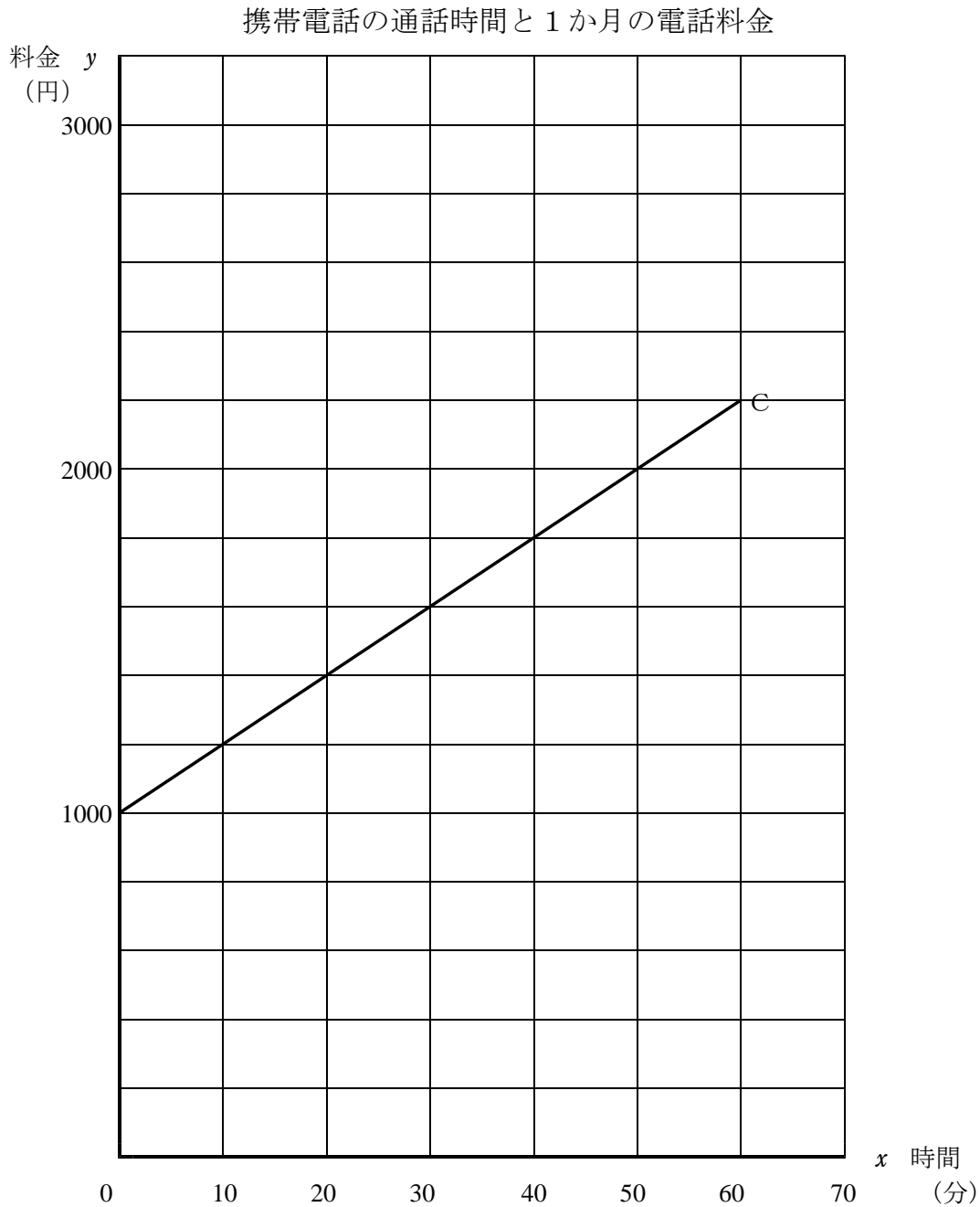
Aプラン

通話時間(x 分)	0	10	20	30	40	50	60
1 か月の電話料金(y 円)	1000	1200	1400	1600	1800	2000	2200

Bプラン

通話時間(x 分) 0	0	10	20	30	40	50	60
1 か月の電話料金(y 円)							

<グラフ>



【課題】

太郎さんのお父さんは、a社のAプランから、b社のBプランへ携帯電話の契約会社を変えようと考えています。そこで、太郎さんはお父さんにどちらが得なのかをアドバイスをするために、a社のAプランとb社のBプランを比べたところ、次のことが分かりました。

Aプラン……月額基本使用料1000円 通話料1分ごとに20円
Bプラン……月額基本使用料1600円 通話料1分ごとに30円
無料通話1500円分（50分までは無料）

1か月の電話料金＝月額基本使用料＋1分ごとの通話料×通話時間（分）

＜表にまとめてみよう＞

	月額基本使用料	通話料（1分ごと）	無料通話
Aプラン	1000円	20円	なし
Bプラン	1600円	30円	1500円分

- ・Aプランの方が基本料金が安い。
- ・Aプランの方が通話料が安い。
- ・Bプランの方は無料通話料が1500円分ついている。

無料通話料1500円分は $1500 \div 30 = 50$ より50分無料で話せる。

＜安いプランを考えよう＞

毎月約60分通話していれば、どちらのプランが安いかわかる。説明してください。

Aプラン $1000 + 20 \times 60 = 2200$ 円

Bプラン $1600 + 30 \times 10 = 1900$ 円

Bプランの方が300円安い

＜アドバイスをまとめてみよう＞

お父さんにおすすめプラン

通話時間が30分まで、または、90分を超える場合はAプラン

通話時間が30分から90分の場合は

Bプラン

がお得

学習プリント2 <解答> お父さんの携帯電話

<対応表>

Aプラン

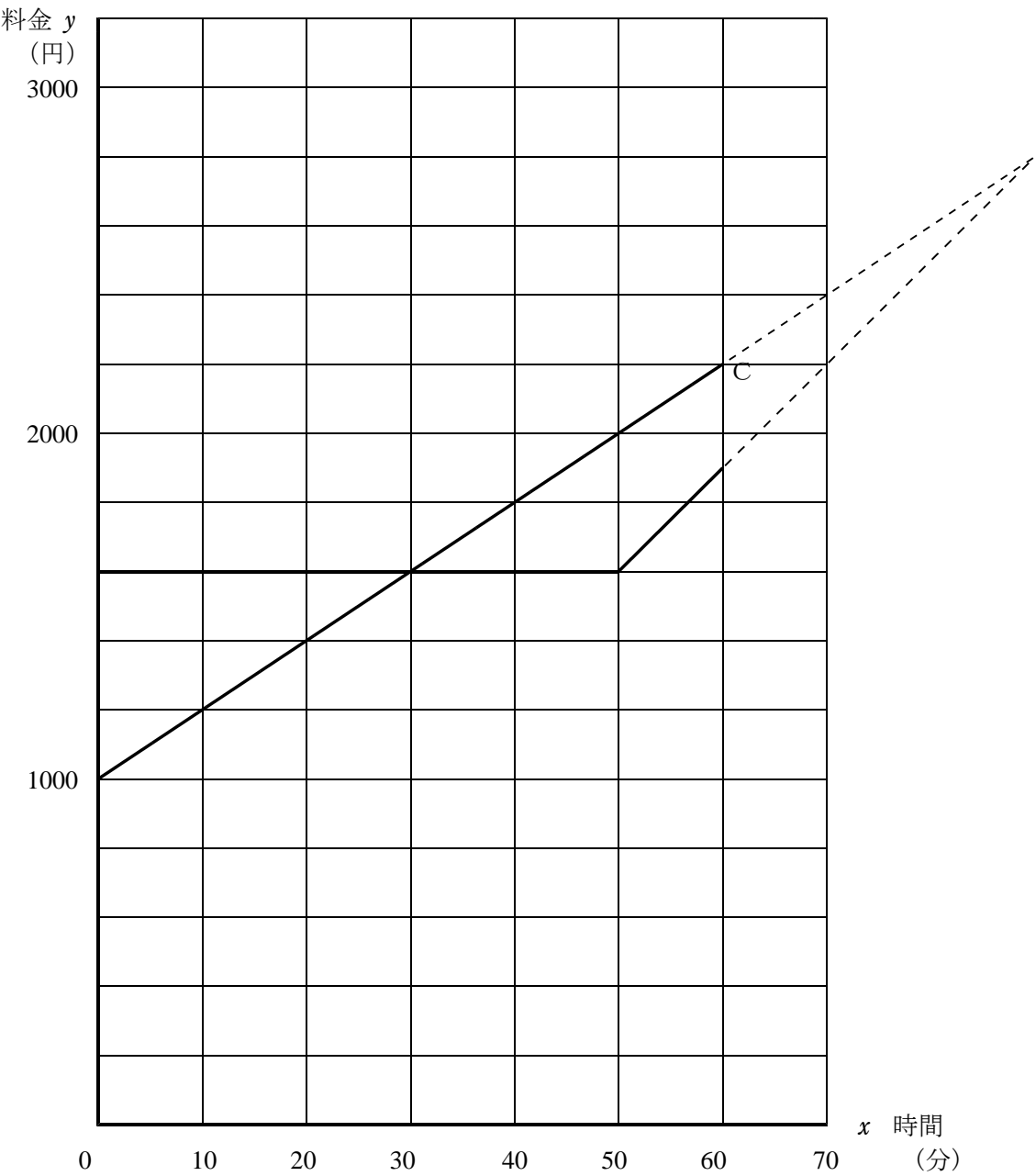
通話時間(x 分)	0	10	20	30	40	50	60
1 か月の電話料金(y 円)	1000	1200	1400	1600	1800	2000	2200

Bプラン

通話時間(x 分)	0	10	20	30	40	50	60
1 か月の電話料金(y 円)	1600	1600	1600	1600	1600	1600	1900

<グラフ>

携帯電話の通話時間と 1 か月の電話料金



Aプラン: $y = 20x + 1000$

Bプラン: $y = 30x + 1000 \quad (50 \leq x)$

交点 $(90, 2800)$

評価問題

____年____組____番 名前_____

携帯電話を契約するときに、さまざまなプランがあり、同じ電話会社で同じ時間通話しても、契約内容によって料金が異なります。太郎さんのお父さんは、AプランにするかBプランにするか迷っています。

そこで、太郎さんは、お父さんのためにAプランとBプランについて調べたところ、次のことが分かりました。

① AプランとBプランの比較

	月額基本使用料	1分ごとの通話料	無料通話
Aプラン	2000円	20円	なし
Bプラン	1200円	50円	20分までは無料

② 1か月の電話料金の計算方法

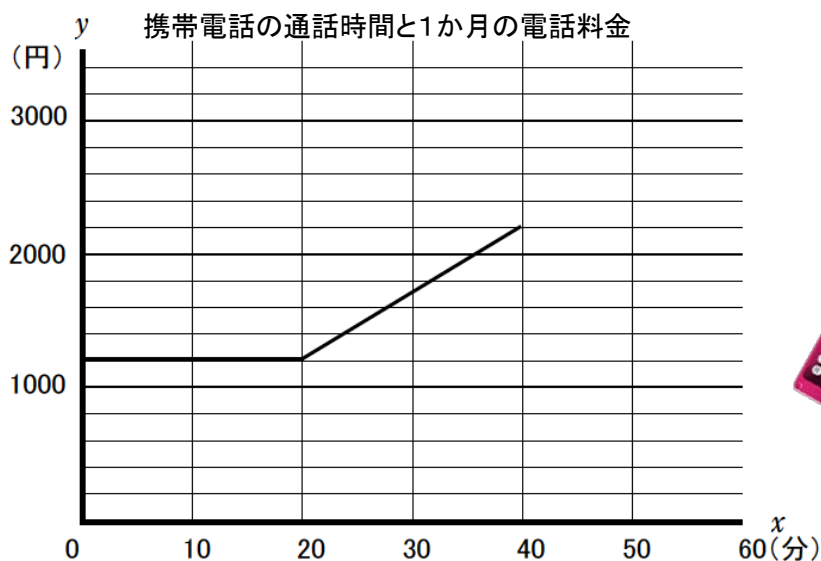
1か月の電話料金＝月額基本使用料＋1分ごとの通話料×通話時間（分）

次の各問いに答えなさい。

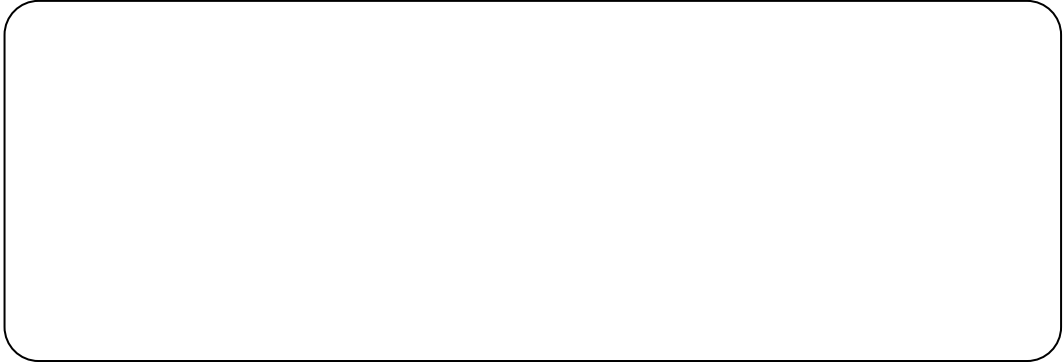
(1) Aプランで、毎月約40分通話したきの1か月の電話料金を求めなさい。

(2) 太郎さんは、携帯電話の通話時間を x 分、1か月の電話料金を y 円として、 x と y の関係をグラフに表そうとして、Bプランのグラフをかきました。

下のグラフ用紙にAプランのグラフをかきたしなさい。



(3) AプランとBプランのグラフを見せながら，太郎さんはお父さんにどのようなアドバイスをしたらよいか書きなさい。



評価問題

____年 ____組 ____番 名前 _____

携帯電話を契約するとき、さまざまなプランがあり、同じ電話会社で同じ時間通話しても、契約内容によって料金が異なります。太郎さんのお父さんは、AプランにするかBプランにするか迷っています。

そこで、太郎さんは、お父さんのためにAプランとBプランについて調べたところ、次のことが分かりました。

① AプランとBプランの比較

	月額基本使用料	1分ごとの通話料	無料通話
Aプラン	2000円	20円	なし
Bプラン	1200円	50円	20分までは無料

② 1か月の電話料金の計算方法

1か月の電話料金＝月額基本使用料＋1分ごとの通話料×通話時間（分）

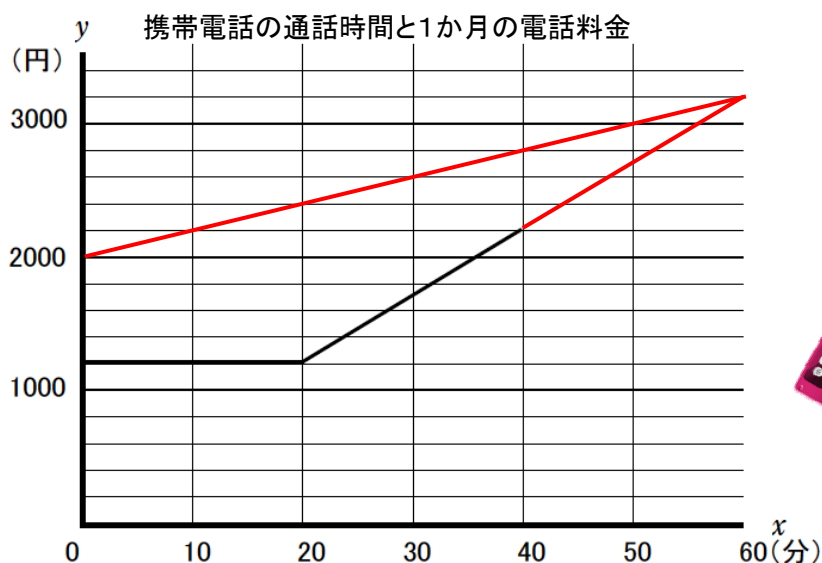
次の各問いに答えなさい。

(1) Aプランで、毎月約40分通話したきの1か月の電話料金を求めなさい。

$$2000 + 20 \times 40 = 2800 \quad 2800 \text{円}$$

(2) 太郎さんは、携帯電話の通話時間を x 分、1か月の電話料金を y 円として、 x と y の関係をグラフに表そうとして、Bプランのグラフをかきました。

下のグラフ用紙にAプランのグラフをかきたしなさい。



(3) AプランとBプランのグラフを見せながら、太郎さんはお父さんにどのようなアドバイスをしたらよいか書きなさい。

正答例

AプランとBプランのグラフは、60分のところで交わるので、
通話時間が月に60分までならBプランで、通話時間が60分を超えるときは
Aプランがおすすめ。