事例2　「図形の調べ方」　中学校　第２学年　Ｂ　図形

筋道を立てて考え，方針にもとづいて説明するために

１　全国学力・学習状況調査の結果から

（１）　関連する平成20年度実施の調査問題（中学校　数学Ｂ　4　重なりのある２つの三角形　参照）

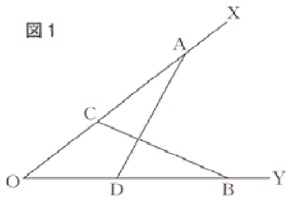
4　拓也さんは，次の問題を考えています。

問題

下の図１のように，∠XOYの辺OXと辺OY上に，OA＝OBとなるように点Aと点Bを，OC＝ODとなるように点Cと点Dを，それぞれとります。

点Aと点D，点Bと点Cをそれぞれ結ぶとき，AD＝BCとなることを証明しなさい。

図１

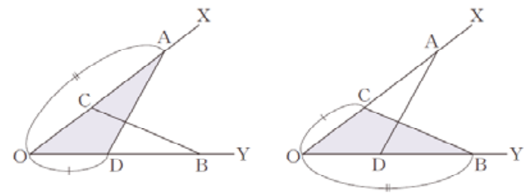


拓也さんは，証明の方針を下のようなメモにまとめました。

拓也さんのメモ

①　AD＝BC を証明するためには，△AOD と△BOC の合同を示せばよい。

②　図１の△AOD と△BOC を見やすくするために，２つの図に分けて，仮定を表すと，下のようになる。



③　②をもとにすると，△AOD と△BOC の合同が示せそうだ。

（２）前ページの問題で，AD＝BCとなることを証明しなさい。

（２）　解答類型の反応率「滋賀県版（公立）」からみる分析結果と課題

○　本問題では，提示された方針にもとづいて証明することが求められる。提示された方針をもとに，三角形が合同であることを示すために必要な要素を見いだして，証明を書くことができるかどうかをみるものである。正答率は，42.5％であり，提示された方針にもとづいて証明することに課題がある。

○　分類にあてはまらない解答（解答類型９）の反応率は，15.1％である。この中には，「△ＡＯＤ≡△ＢＯＣ」を記述せずに結論「ＡＤ＝ＢＣ」を示している解答がある。

（３）　学習指導に当たって

○　証明の方針を立てることができるようにする

本問題の「拓也さんのメモ」のように，証明の方針を立てる活動を取り入れることが大切である。結論ＡＤ＝ＢＣを導くために，△ＡＯＤ≡△ＢＯＣを示せばよいことを明らかにしたり，△ＡＯＤと△ＢＯＣについて分かっていることを図を用いて整理したり，合同を示すために必要な関係∠ＡＯＤ＝∠ＢＯＣを見いだしたりするなどして，方針を立てることが考えられる。

○　方針にもとづいて証明を書けるようにする

例えば，提示された方針をよみとることや，方針にもとづいて証明を書くことを通して，方針が証明を書くことに役立つと実感できる活動を取り入れることが考えられる。

方針にもとづいて証明が書けない生徒に対しては，証明を書く前に図で対応する辺や角を指さしながら口頭で証明を伝え合うとともに，証明をその形式に合わせて書く活動を取り入れることが考えられる。

方針をよみとれない生徒に対しては，結論を示すのに必要なことは何か（上の本問題中の拓也さんのメモ① ），仮定から分かることは何か（ ② ），それらを結び付けるには何をしたらよいか（ ③ ）を表していることを確認することが考えられる。

○　証明を振り返り，新たな性質を見いだすことができるようにする

証明や説明の結果や，その過程で使われた事柄に着目し，新たな性質を見つけることができないかを考える場面を設定することが大切である。

２　事例

（１）　単元名　　中学校　第２学年「図形の調べ方」

（２）　指導計画（１３時間）

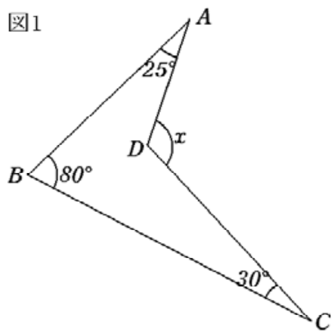
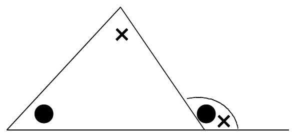
次	主　　な　　内　　容	時　間　数
1	角と平行線	３時間
2	多角形の角	４時間　（本時　４／４）
3	三角形の合同	３時間
4	証明とそのしくみ	２時間
5	合同条件と証明の進め方	１時間

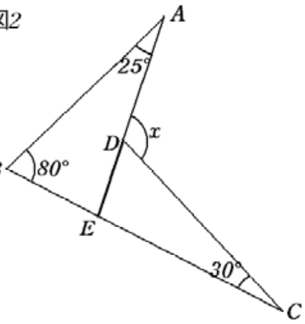
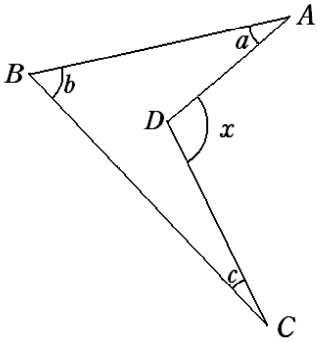
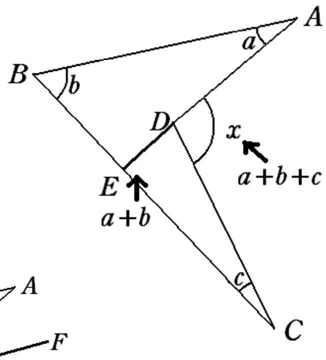
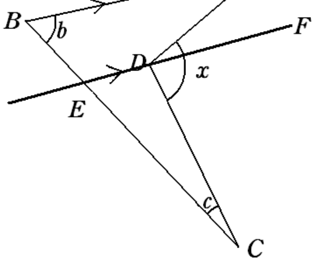
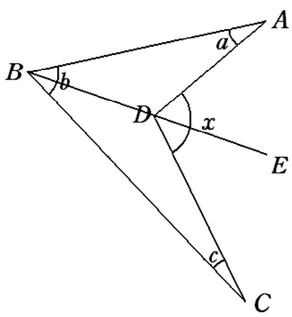
（３）　指導の例

ア　本時のねらい

・くさび形の角が３つの内角の和になることを言い切るには，三角形の内角の和が180°である性質のように，既に明らかになったことを推論の根拠に使っていけばよいことに気付き，説明することができる。

イ　指導過程　　※□内は評価の観点を示す。

学習活動と発問	指導上の留意点と評価
１．課題の把握 ① 図１で∠x の大きさを求める方法を考えましょう。 図1  ・三角形ではないから、角度は求められないと思う。 ・補助線を引いて考えてみよう。 ・２つの三角形に分けられるな。 ・三角形の内角の和が使えないかな。	・∠x の大きさを求めるために使えそうな図形の性質を考えさせる。 ・その性質を使うための補助線の引き方を考えさせる。 ・補助線により，三角形と外角に注目させる。 ・既習内容である三角形の内角・外角の性質を，黒板の端にまとめておき，本時の学習をスムーズに進められるように配慮する。  関　図に補助線をかき込み，∠x の大きさを求めようとする。
② 図２のように補助線を引いて∠x の大きさを求めましょう。 ㋐ ∠ＡＥＢの角度を求める 25°＋80°=105°　180°－105°＝75° ∠ＣＤＥの角度を求める 180°－75°＝105°　105°＋30°=135° 180°－135°＝75° ∠x ＝ 180°－75°＝105°	**・計算式だけを発表させて，どの図形に着目して，考えたのか全体で確認するようにする。**

㋑　三角形の外角の性質から 25°＋80°＝105° 105°＋30°＝135° 図2 	・㋐の考え方を最初に取り上げてから、㋑の考え方を示すことで、㋑の考え方のよさを感じ取らせる。 表　∠xの大きさを求めることができる。
2．課題の追求 ① 求めた∠xの大きさと，わかっている３つの角の大きさの間の関係を予想しましょう。  ・∠xの大きさは，３つの内角∠a，∠b，∠cの大きさの合計になる。 ・∠a＋∠b＋∠c＝∠x	・具体的な数値で考えた図と課題の図を見比べさせながら，予想を立てさせる。
② 予想した関係が正しいことを，文字を使って説明しましょう。   	**・他者に自分の考えを説明しやすいように，班ごとに図をかいたホワイトボードか，拡大した図のワークシートを配布する。** **・班の中で各自の考えを発表させ，意見を交流させることで，数学的に説明し伝え合う場を設ける。** **・各自が口頭で説明が言えるようにさせる。** 考　文字を使い，説明することができる。 ・早く説明ができたグループには別の補助線を引く方法を考えさせる。 ・三角形の内角・外角の性質以外に，平行線の同位角や錯角が等しくなることに着目させる。 関　別の説明の方法がないか考えようとする。

③ 多様な考え方を全体で交流する。 　各班で考えたワークシートを黒板に掲示する。	**・解いた生徒に説明させず，掲示した図を見て理解した生徒に説明させる。** ・思いつく生徒が少なかった説明については，図を提示し，その発想を考えさせる。
④ 説明を記号を使って表す。 【説明】 △ＡＢＥで，三角形の外角の性質から ∠ＡＥＣ＝∠a＋∠b　　…① また，△ＤＥＣで， ∠x＝∠ＡＥＣ＋∠c　　…② ①，②より，∠x＝∠a＋∠b＋∠c となり，∠xの大きさは，３つの内角 ∠a，∠b，∠c　の大きさの和である。	・説明のひとつを例として板書する。 考　口頭で表した説明を文字を使って表すことができる。
３．学習のまとめ 　図形の角度を考える際には，三角形の内角，外角の性質や平行線の性質がよりどころになっていたことを振り返る。	・ひとつのことがらを説明するのに，考え方はいろいろあることを確認させる。

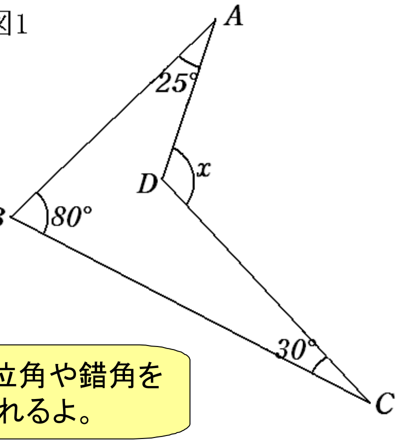
３　学習内容の関連

中１　平面図形　　　中２　図形の性質と証明　　　中３　図形と相似

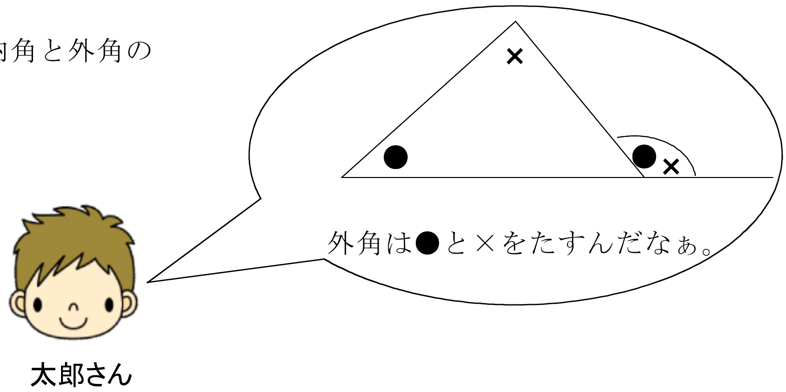
角の大きさの秘密を探ろう!

右の図１で，∠ x の大きさが求められなくて困っている太郎さんに，花子さんと次郎さんが次のようなヒントを言いました。

図1



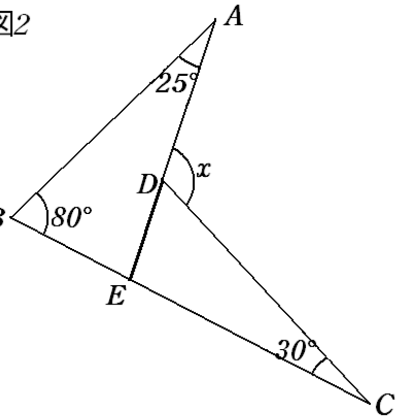
太郎さんは三角形と聞いて，内角と外角の関係を思い浮かべました。



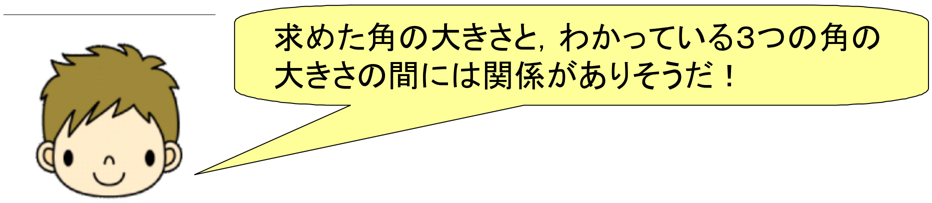
次の問題に答えましょう。

（1） 花子さんのヒントを参考に太郎さんは図２のような補助線を引いて考えました。
引いた補助線をもとに，∠ x が何度になるか求めましょう。

図2



（２）



太郎さん

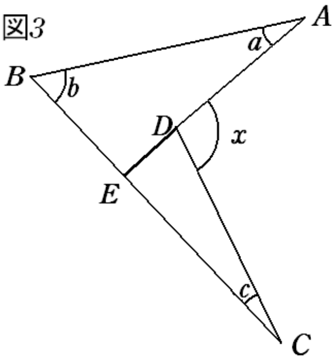
（１）で考えたことから太郎さんは，次のことを予想しました。

太郎さんの予想

∠x の大きさは，３つの内角の大きさの合計になる。

太郎さんは，予想が正しいことを次のように説明しました。
図３の記号を使って，この説明を完成させなさい。

図3



【説明】

△ＡＢＥで，三角形の外角の性質から

∠ＡＥＣ＝∠$\boxed{\quad}$＋∠$\boxed{\quad}$ …①

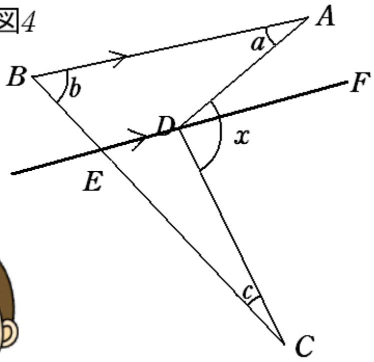
また，△ＤＥＣで，

∠x ＝∠ＡＥＣ＋∠$\boxed{\quad}$ …②

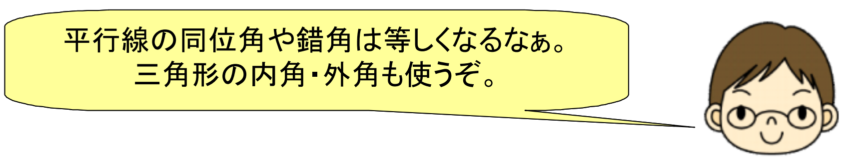
①，②より，∠x ＝∠$\boxed{\quad}$＋∠$\boxed{\quad}$＋∠$\boxed{\quad}$

となり，∠x の大きさは，３つの内角の大きさの合計になる。

図4

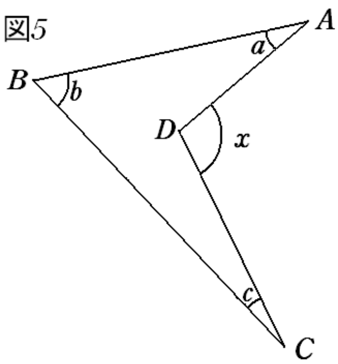


（３） 次郎さんは，図４のようにＡＢに平行な直線を引いて考えました。このことが成り立つことを，記号を使って説明しなさい。



次郎さん

図5



［発展］

（４） 太郎さんや次郎さんとは別の補助線を引いて説明することはできませんか？

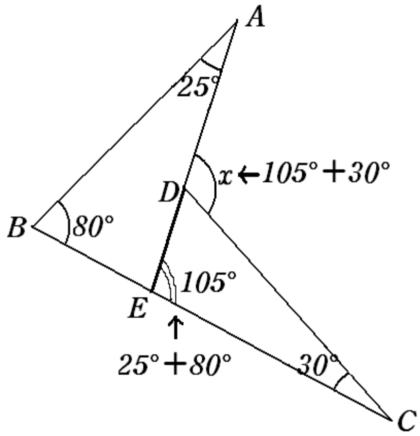
解答例

（１）　△ＡＢＥで，∠Ｅの外角∠ＡＥＣは，そのとなりにない２つの内角∠Ａと∠Ｂの和に等しいので，

　∠ＡＥＣ＝25°＋80°＝105°

また同様に，△ＤＥＣで∠Ｄの外角∠xは，

　∠x＝105°＋30°＝135°



（２）

【説明】

△ＡＢＥで，三角形の外角の性質から

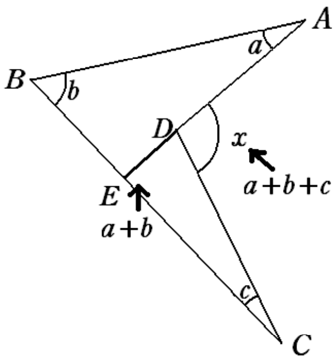
　∠ＡＥＣ＝∠$\boxed{a}$＋∠$\boxed{b}$　…①

また，△ＤＥＣで，

　∠x＝∠ＡＥＣ＋∠$\boxed{c}$　…②

①，②より，∠x＝∠$\boxed{a}$＋∠$\boxed{b}$＋∠$\boxed{c}$

となり，∠xの大きさは，３つの内角の大きさの合計になる。



（３）

【説明】

BA // EF より

　∠a＝∠ADF　…　①

　∠DEC＝∠b　…　②

また，△ＤＥＣで，

　∠CDF＝∠DEC＋∠c　…　③

②③より

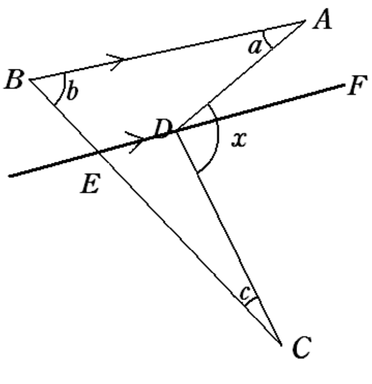
　∠CDF＝∠b＋∠c　…　④

①④より

　∠x＝∠ADF＋∠CDF

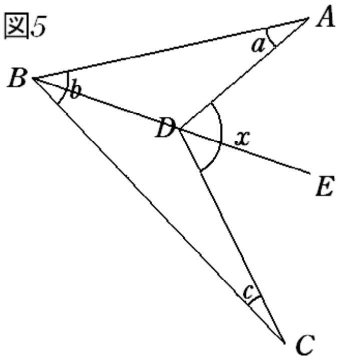
よって

　∠x＝∠a＋∠b＋∠c



（４）

【説明】



２点Ｂ，Ｄを直線で結び，Ｄの延長した方に点Ｅをとる。

△ＡＢＤで，

∠ＡＤＥ＝∠a＋∠ＡＢＤ　…　①

△ＣＢＤで，

∠ＣＤＥ＝∠c＋∠ＣＢＤ　…　②

∠b＝∠ＡＢＤ＋∠ＣＢＤ　…　③

よって，①②③より，

∠x＝∠ＡＤＥ＋∠ＣＤＥ

＝∠a＋∠ＡＢＤ＋∠c＋∠ＣＢＤ

＝∠a＋∠b＋∠c